

**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα**

**Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Αθήνας**

Φυσική ΙΙ

**Ενότητα 2:** Το ηλεκτρικό ρεύμα

Κωνσταντίνος Κουρκουτάς

Τμήμα Μηχανικών Ναυπηγών ΤΕ

|  |  |
| --- | --- |
| Το περιεχόμενο του μαθήματος διατίθεται με άδεια Creative Commons εκτός και αν αναφέρεται διαφορετικά | Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους. |

**Το ηλεκτρικό ρεύμα**

**Η αγωγιμότητα στα υλικά**

Τα υλικά διακρίνονται ως προς την αγωγιμότητα σε **αγωγούς** και **μονωτές**, ή **διηλεκτρικά**. Αγωγοί είναι κατ’ εξοχήν τα μέταλλα. Στα μέταλλα τα εξωτερικά ηλεκτρόνια των ατόμων –δηλαδή τα ηλεκτρόνια σθένους- συνδέονται χαλαρά με τον πυρήνα με αποτέλεσμα να διαφεύγουν από το άτομο και να μπορούν να περιφέρονται ελεύθερα μέσα στο εσωτερικό του μετάλλου. Αυτά είναι τα **ελεύθερα ηλεκτρόνια**. Τα υπόλοιπα παραμένουν **δέσμια** στο άτομο. Η κίνηση των ελευθέρων ηλεκτρονίων μέσα στο μέταλλο είναι **χαοτική** εξ αιτίας των εκτροπών που υφίστανται από την αλληλεπίδρασή τους με άλλα φορτία καθώς και των συγκρούσεων με τα ίδια τα άτομα, που εκτελούν άτακτες θερμικές ταλαντώσεις γύρω από τη θέση ισορροπίας τους. Συλλογικά τα ελεύθερα ηλεκτρόνια δίνουν την εικόνα ενός νέφους, που γεμίζει το χώρο μεταξύ των ιονισμένων ατόμων. Οι δυνάμεις που ασκούνται μεταξύ αυτού του ηλεκτρονικού νέφους και των ιονισμένων ατόμων είναι πολύ ισχυρές και συνιστούν αυτό που ονομάζουμε **μεταλλικό δεσμό**.

Στη θερμοκρασία του περιβάλλοντος όλα τα μέταλλα είναι στερεά πλην του Υδραργύρου, που είναι υγρό. Στα υπόλοιπα υγρά η αγωγιμότητα είναι **ιοντική** και οφείλεται στην ύπαρξη ιόντων σε διάσταση. Το νερό είναι μονωτής, όμως το διάλυμα χλωριούχου Νατρίου (NaCl) είναι αγώγιμο, γιατί μέσα στο νερό τα μόρια του NaCl διίστανται σε ελεύθερα ιόντα  και . Στα αέρια η αγωγιμότητα είναι επίσης ιοντική. Εδώ τα ηλεκτρόνια των μορίων αποσπώνται είτε εξ αιτίας ισχυρού ηλεκτρικού πεδίου που εφαρμόζεται εξωτερικά, είτε εξ αιτίας συγκρούσεων μεταξύ των μορίων.

Στους **μονωτές** τα ηλεκτρόνια είναι ισχυρά συνδεδεμένα με τον πυρήνα. Στην πραγματικότητα και στους μονωτές υπάρχουν κάποια ελεύθερα ηλεκτρόνια, όμως είναι πολύ λίγα. Μονωτές είναι τα άλατα και τα οξείδια. Μια τρίτη ενδιάμεση κατηγορία υλικών είναι οι **ημιαγωγοί**, οι οποίοι αποτελούν τα βασικά δομικά στοιχεία των σύγχρονων ηλεκτρονικών διατάξεων. Στους ημιαγωγούς, πιο γνωστοί από τους οποίους είναι το Πυρίτιο (Si) και το Γαλλιούχο Αρσενικό (GaAs), η αγωγιμότητα ελέγχεται μέσω προσμίξεων, που τους ενσωματώνουμε. Συνήθως η μελέτη της αγωγιμότητας στις τρεις καταστάσεις της ύλης γίνεται ξεχωριστά. Εδώ θα αναφερθούμε σε στερεούς αγωγούς, που είναι κυρίως τα μέταλλα.

   

Θα εξετάσουμε τι συμβαίνει όταν θέσουμε ένα μεταλλικό αγωγό μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο. Αμέσως μετά την είσοδο του αγωγού η εικόνα του πεδίου είναι αυτή που βλέπουμε στο σχήμα . Όμως δεν παραμένει έτσι, γιατί δεν υπάρχει πλέον ισορροπία, αφού τα ελεύθερα ηλεκτρόνια βρίσκονται μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο και κινούνται προς τα αριστερά, αφήνοντας δεξιά ένα ισόποσο πλεόνασμα θετικού φορτίου. Τα διαχωρισμένα φορτία παράγουν όμως στο εσωτερικό του αγωγού ένα άλλο ηλεκτρικό πεδίο από τα δεξιά προς τα αριστερά, το οποίο αντισταθμίζει το εξωτερικό πεδίο. Όσο προχωράει αυτός ο διαχωρισμός των θετικών από τα αρνητικά φορτία, τόσο αυξάνει και η ένταση του εσωτερικού πεδίου. Στην τελική κατάσταση οι δύο εντάσεις είναι ίσες και τότε έχουμε πλέον ισορροπία. Αυτή είναι η εικόνα που μας δίνει το σχήμα  σελίδα 1 και η οποία είναι συνεπής με αυτό που γνωρίζουμε ότι σε κατάσταση ισορροπίας στο εσωτερικό των αγωγών η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι μηδέν.

Αν και η χρονική διάρκεια μεταξύ της εισόδου του αγωγού στο ηλεκτρικό πεδίο και της αποκατάστασης της τελικής ισορροπίας είναι ελάχιστη σε σύγκριση με εκείνη που εξελίσσονται τα μακροσκοπικά φαινόμενα, εν τούτοις η **κατευθυνόμενη κίνηση** των ελευθέρων ηλεκτρονίων παράγει ένα- έστω και βραχύβιο- **ηλεκτρικό ρεύμα**. Αν μπορέσουμε όμως να διατηρήσουμε την αρχική κατάσταση μη-ισορροπίας του σχήματος  σελίδα 1, τότε αυτό το ρεύμα συντηρείται. Χρειάζεται γι’ αυτό ένας αντλητικός μηχανισμός, που θα συλλέγει τα ηλεκτρόνια από αριστερά και θα τα επαναφέρει στον αγωγό από δεξιά. Ένας τέτοιος μηχανισμός λέγεται **ηλεκτρική πηγή**. Τότε στα άκρα του αγωγού θα έχουμε μια σταθερή διαφορά δυναμικού και στο εσωτερικό του ένα ηλεκτρικό πεδίο. Θα εξετάσουμε τώρα λεπτομερέστερα το μηχανισμό της κατευθυνόμενης κίνησης των ελευθέρων ηλεκτρονίων.

Αν θέσουμε τα άκρα ενός χάλκινου σύρματος υπό σταθερή διαφορά δυναμικού, τότε τα ελεύθερα ηλεκτρόνια τείνουν να κινηθούν προς το υψηλότερο δυναμικό, οπότε δημιουργείται ένα **μόνιμο** **ηλεκτρικό ρεύμα**. Στο σύνολό της αυτή η κατευθυνόμενη κίνηση των ηλεκτρονίων δεν είναι επιταχυνόμενη όπως θα περίμενε κανείς να συμβεί σε ένα φορτισμένο σωματίδιο μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο σταθερής έντασης αλλά κατά μέσον όρο ομαλή. Αυτό συμβαίνει, γιατί στη διαδρομή τους τα ηλεκτρόνια υφίστανται συνεχώς εκτροπές από την πορεία τους εξ αιτίας των παραγόντων, που αναφέραμε προηγουμένως: τις συγκρούσεις με τα άτομα που ταλαντώνονται άτακτα λόγω θερμικής κίνησης και της έλξης τους από φορτισμένα κέντρα μέσα στο μέταλλο. Μετά κάθε τέτοια εκτροπή που μοιάζει με σύγκρουση, τα ηλεκτρόνια αλλάζουν απότομα διεύθυνση κίνησης και μετά αρχίζουν πάλι να επιταχύνονται προς το υψηλότερο δυναμικό. Αυτές τις τυχαίες αλλαγές πορείας τις λέμε **σκεδάσεις**. Επειδή αυτό το ξεκίνα-σταμάτα γίνεται για κάθε ελεύθερο ηλεκτρόνιο περίπου  φορές το δευτερόλεπτο κι επειδή έχουμε να κάνουμε για κάθε γραμμομόριο από το υλικό του αγωγού με περίπου  ελεύθερα ηλεκτρόνια, η εικόνα που παίρνουμε είναι ότι τα ελεύθερα ηλεκτρόνια ολισθαίνουν συλλογικά από το χαμηλότερο προς το υψηλότερο δυναμικό με μια κατά μέσον όρο σταθερή ταχύτητα, που ονομάζουμε **ταχύτητα ολίσθησης**.

Η ταχύτητα ολίσθησης  είναι ανάλογη της έντασης Ε του ηλεκτρικού πεδίου στον αγωγό, δηλαδή:

**Ταχύτητα ολίσθησης ηλεκτρονίων** 

Όπου μ είναι μια σταθερά αναλογίας, που εκφράζει την **ευκινησία** των ηλεκτρονίων μέσα στον όγκο του αγωγού. Λύνοντας διαστατικά την τελευταία εξίσωση ως προς μ βρίσκουμε τη μονάδα της ευκινησίας



Ευκινησία  σημαίνει ότι για διαφορά δυναμικού 1V ανά μέτρο μήκους στον αγωγό η ταχύτητα ολίσθησης είναι . Στο Χαλκό η ευκινησία των ελευθέρων ηλεκτρονίων είναι περίπου . Αν εφαρμόσουμε επομένως διαφορά δυναμικού 1V στα άκρα χάλκινου σύρματος μήκους 1m, τότε η ταχύτητα ολίσθησης είναι μόλις . Σε σύγκριση με τη μέση στιγμιαία ταχύτητα της άτακτης κίνησης των ελευθέρων ηλεκτρονίων που σε θερμοκρασία περιβάλλοντος είναι της τάξης  η ταχύτητα ολίσθησης είναι εντυπωσιακά μικρή. Θα έλεγε κανείς ότι το ηλεκτρονικό νέφος κινείται πολύ νωθρά σε σύγκριση με τη ‘’ζωντάνια’’ των ηλεκτρονίων που το συγθέτουν.

Το φαινόμενο της κατευθυνόμενης κίνησης των ελευθέρων ηλεκτρονίων με κατά μέσον όρο σταθερή ταχύτητα παρά το γεγονός ότι προσλαμβάνουν ενέργεια από το ηλεκτρικό πεδίο, μοιάζει με εκείνο ενός σώματος στο οποίο ασκείται σταθερή δύναμη, αλλά ολισθαίνει ισοταχώς επάνω σε μιαν επιφάνεια λόγω τριβών. Και στις δύο περιπτώσεις το παραγόμενο έργο δεν αυξάνει την κινητική ενέργεια του συστήματος, αλλά αποδίδεται σε αυτό ως θερμότητα με αποτέλεσμα να αυξάνει η θερμοκρασία του.

**Το ηλεκτρικό ρεύμα αυξάνει τη θερμοκρασία των αγωγών**.

**Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος και ο νόμος του Ohm**

Σύμφωνα με όσα είπαμε προηγουμένως, όταν εφαρμόσουμε διαφορετικά δυναμικά στα άκρα ενός αγωγού, παίρνουμε ηλεκτρικό ρεύμα. Αυτό ισχύει και αντίστροφα. Αν διαπιστώσουμε την ύπαρξη ηλεκτρικού ρεύματος σε έναν αγωγό, τότε μεταξύ των άκρων του υπάρχει διαφορά δυναμικού. Στους μεταλλικούς αγωγούς αυτό το ρεύμα είδαμε ότι οφείλεται στην κατευθυνόμενη κίνηση των ελευθέρων ηλεκτρονίων από το χαμηλότερο προς το υψηλότερο δυναμικό. Μια τέτοια κίνηση αρνητικού φορτίου αυξάνει το θετικό φορτίο στο χαμηλότερο δυναμικό και το μειώνει στο υψηλότερο. Το ίδιο ακριβώς συμβαίνει αν έχουμε κίνηση θετικού φορτίου από το χαμηλότερο προς το υψηλότερο δυναμικό. Συμβατικά ορίζουμε τη φορά του ρεύματος να είναι εκείνη του θετικού φορτίου ανεξάρτητα αν οφείλεται σε κατευθυνόμενη κίνηση θετικών, ή αρνητικών φορτίων. Έτσι λοιπόν το ρεύμα κατευθύνεται πάντοτε από το υψηλότερο προς το χαμηλότερο δυναμικό.

**Η συμβατική φορά του ρεύματος είναι αυτή της κίνησης θετικού φορτίου**

Η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος είναι ένα από τα επτά θεμελιώδη μεγέθη του SI. Μονάδα έντασης είναι το **Ampere** (A) από το όνομα του Γάλλου φυσικού Andre Marie **Ampere** (1775- 1836), που μελέτησε τις ιδιότητες του ηλεκτρικού ρεύματος. Ένταση ρεύματος 1Α έχουμε, όταν μέσα σε χρόνο 1s διέρχεται φορτίο 1C.

Η σχέση μεταξύ της έντασης του ηλεκτρικού ρεύματος και της διαφοράς δυναμικού κατά μήκος ενός αγωγού, έγινε γνωστή από το επιστημονικό έργο του Γερμανού φυσικού Georg Simon **Ohm** (1789-1854) σύμφωνα με το οποίο η εφαρμοζόμενη διαφορά δυναμικού U είναι ανάλογη της έντασης του ρεύματος I

**Νόμος του Ohm **.

Η σταθερά αναλογίας R που εκφράζει το βαθμό δυσκολίας με την οποία διαρρέει το ηλεκτρικό ρεύμα τον αγωγό, είναι η **αντίσταση** του αγωγού. Όσο μεγαλύτερη είναι η αντίσταση R, τόσο μικρότερη είναι η ένταση του ρεύματος I για μια δοσμένη διαφορά δυναμικού U. Μονάδα αντίστασης είναι το Ohm (Ω). Ένας αγωγός έχει αντίσταση 1Ω, όταν για διαφορά δυναμικού 1V διαρρέεται από ρεύμα 1Α. Επομένως: . Στο σχήμα  εικονίζεται το της αντίστασης στα ηλεκτρικά κυκλώματα.

 

Το αντίστροφο της ηλεκτρικής αντίστασης είναι η **αγωγιμότητα**:

**Αγωγιμότητα** 

Μονάδα αγωγιμότητας είναι το , ή mho, που είναι αναγραμματισμός του Ohm, ή Siemens (S) από το όνομα του Γερμανού εφευρέτη και βιομήχανου Ernst Werner von **Siemens** (1816-1892). Η τελευταία είναι η συνηθέστερη. Οι τρεις μονάδες είναι ίσες μεταξύ τους: . Μέσω της αγωγιμότητας ο νόμος του Ohm γράφεται:

**Νόμος του Ohm **

**Ε1** Στα άκρα αγωγού εφαρμόζουμε διαφορά δυναμικού 1,5V. Ο αγωγός διαρρέεται από ρεύμα 0,25mA. Να υπολογίσετε την αντίσταση και την αγωγιμότητα του αγωγού.

 

 

**Η ειδική αντίσταση και η ειδική αγωγιμότητα**

Στο σχήμα  εικονίζεται ένας ομογενής πρισματικός αγωγός με εμβαδόν διατομής Α και μήκος L. Η αντίσταση R του αγωγού βρίσκεται ότι είναι ανάλογη του μήκους L του αγωγού και αντιστρόφως ανάλογη του εμβαδού της βάσης Α:

 



Η σταθερά αναλογίας ρ είναι η **ειδική αντίσταση** του υλικού από το οποίο είναι κατασκευασμένος ο αγωγός.

**Ειδική αντίσταση**  σε 

Ειδική αντίσταση 1Ωm έχει το υλικό ενός κύβου ακμής 1m, αν για διαφορά δυναμικού 1V μεταξύ δύο απέναντι εδρών λαμβάνουμε ρεύμα έντασης 1Α. Η ειδική αντίσταση εξαρτάται από το υλικό του αγωγού και τη θερμοκρασία.

Η **ειδική αγωγιμότητα** είναι το αντίστροφο της ειδικής αντίστασης:

**Ειδική αγωγιμότητα**  σε 

**Ε2** Σύρμα Μαγγανίνης μήκους 0,56m έχει διατομή εμβαδού  Το σύρμα διαρρέεται από 135mA. Η διαφορά δυναμικού στα άκρα του είναι 30,4mV. Να υπολογίσετε την ειδική αντίσταση και την ειδική αγωγιμότητα της Μαγγανίνης.



 

 

Θέλουμε να μελετήσουμε τώρα κάπως λεπτομερέστερα το μηχανισμό της αγωγιμότητας. Θα αναζητήσουμε δηλαδή τους παράγοντες από τους οποίους εξαρτάται η ειδική αγωγιμότητα ενός υλικού. Θεωρούμε γι’ αυτό τον αγωγό του σχήματος . Κάνουμε τις εξής σκέψεις. Σε χρονικό διάστημα Δt διέρχεται από τη διατομή του αγωγού εμβαδού Α φορτίο Δq και καταλαμβάνει όγκο:



Όπου  είναι η ταχύτητα ολίσθησης. Θα υπολογίσουμε τώρα το φορτίο Δq. Τα ελεύθερα ηλεκτρόνια του αγωγού έχουν μιαν ορισμένη πυκνότητα, που ονομάζεται **συγκέντρωση** και συμβολίζεται με το γράμμα n. Η συγκέντρωση εκφράζει το πλήθος των ηλεκτρονίων ανά μονάδα όγκου και η μονάδα της είναι . Συγκέντρωση π.χ. , σημαίνει ότι σε κάθε κυβικό μέτρο του αγωγού περιέχονται  ελεύθερα ηλεκτρόνια. Στον όγκο ΔV περιλαμβάνονται επομένως:





ελεύθερα ηλεκτρόνια οπότε το φορτίο Δq είναι:



Όπου  είναι η απόλυτη τιμή του φορτίου του ηλεκτρονίου. Από την τελευταία εξίσωση βρίσκουμε το ρεύμα:



Η ταχύτητα ολίσθησης είναι ανάλογη της ευκινησίας μ και της έντασης Ε του πεδίου:



Όμως η ένταση είναι ίση προς το πηλίκο της διαφοράς δυναμικού U που εφαρμόζουμε στα άκρα του αγωγού αγωγό προς το μήκος L του αγωγού:



Λαμβάνουμε έτσι για την ένταση του ρεύματος:



Και για την αντίσταση του αγωγού:



Βρίσκουμε έτσι:

**Ειδική αντίσταση** 

και

**Ειδική αγωγιμότητα** 

**Η εξάρτηση της ειδικής αντίστασης από τη θερμοκρασία**

Η ειδική αντίσταση εξαρτάται από δύο παράγοντες: τη συγκέντρωση n και την ευκινησία μ των ελευθέρων ηλεκτρονίων. Στη γενική περίπτωση και οι δύο αυτοί παράγοντες εξαρτώνται από τη θερμοκρασία. Στα μέταλλα η συγκέντρωση των ελευθέρων ηλεκτρονίων είναι ανεξάρτητη από τη θερμοκρασία, επομένως η ειδική αντίσταση των μετάλλων εξαρτάται μόνον από τις μεταβολές της ευκινησίας. Η ευκινησία των ελευθέρων ηλεκτρονίων εξαρτάται από τη βιαιότητα και τη συχνότητα των σκεδάσεων. Κύριοι παράγοντες σκεδάσεων είναι τα φορτισμένα κέντρα μέσα στο μέταλλο, δηλαδή ιονισμένες προσμίξεις και φορτισμένες ατέλειες, που είναι πάντοτε παρούσες έστω και σε ελάχιστο βαθμό και οι θερμικές ταλαντώσεις των ατόμων.

Σε χαμηλές θερμοκρασίες οι θερμικές ταλαντώσεις είναι ελάχιστες και οι σκεδάσεις των ελευθέρων ηλεκτρονίων οφείλονται ως επί το πλείστον στα φορτισμένα κέντρα. Όσο αυξάνει η θερμοκρασία, οι σκεδάσεις από τα φορτισμένα κέντρα εξασθενούν, γιατί αυξάνει η μέση ταχύτητα των ελευθέρων ηλεκτρονίων με αποτέλεσμα οι εκτροπές από την πορεία τους να είναι μικρότερες, όπως εικονίζεται και το σχήμα .

 

Όσο αυξάνει η θερμοκρασία αυξάνει και το πλάτος των ταλαντώσεων των ατόμων του μετάλλου με αποτέλεσμα να αυξάνει και η πιθανότητα σύγκρουσης με τα ελεύθερα ηλεκτρόνια. Αυτό έχει ως αποτέλεσμα τη συνεχή μείωση της ευκινησίας συναρτήσει της θερμοκρασίας. Στο σχήμα  εικονίζεται η τυπική συμπεριφορά της ευκινησίας των ελευθέρων ηλεκτρονίων στα μέταλλα συναρτήσει της θερμοκρασίας.



Σε θερμοκρασίες κοντά σε αυτή του περιβάλλοντος και υψηλότερες η ευκινησία μ είναι αντιστρόφως ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας Τ. Επειδή η ειδική αντίσταση ρ είναι αντιστρόφως ανάλογη της ευκινησίας, συμπεραίνουμε ότι γι’ αυτήν την περιοχή θερμοκρασιών η ειδική αντίσταση ρ είναι ανάλογη της απόλυτης θερμοκρασίας, επομένως και οι μεταβολές της Δρ είναι ανάλογες των μεταβολών της θερμοκρασίας ΔΤ=Δθ. Εδώ αντικαταστήσαμε για πρακτικούς λόγους την απόλυτη κλίμακα θερμοκρασιών Τ, που μετράμε σε βαθμούς Kelvin (K) με την κλίμακα Celsius θ, που μετράμε σε βαθμούς Celsius (), αφού η διαφορά θερμοκρασίας στις δύο κλίμακες είναι αριθμητικά ίσες. Έτσι αν  είναι η τιμή της ειδικής αντίστασης σε μια θερμοκρασία αναφοράς , τότε η μεταβολή  της ειδικής αντίστασης όταν μεταβληθεί η θερμοκρασία κατά  είναι:



Όπου η σταθερά αναλογίας  είναι ο **θερμικός συντελεστής αντίστασης** σε . Λαμβάνουμε έτσι τη σχέση της ειδικής αντίστασης- θερμοκρασίας:

**Σχέση ειδικής αντίστασης-θερμοκρασίας**  

Η αντίσταση R ενός αγωγού είναι ανάλογη της ειδικής αντίστασης του υλικού από το οποίο είναι κατασκευασμένος. Βρίσκουμε λοιπόν και για την αντίσταση:

**Σχέση αντίστασης-θερμοκρασίας**  

Στον επόμενο πίνακα περιέχονται οι τιμές της ειδικής αντίστασης και του θερμικού συντελεστή αντίστασης μερικών υλικών στους .

 Ειδική αντίσταση και θερμικός συντελεστής αντίστασης

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Υλικό | () |  () |
| Αλουμίνιο |  |  |
| Άργυρος |  |  |
| Ασβέστιο |  | - |
| Βολφράμιο |  |  |
| Κονσταντάνη |  |  |
| Λευκοσίδηρος |  |  |
| Μαγγανίνη |  |  |
| Μόλυβδος |  |  |
| Νικέλιο |  | - |
| Σίδηρος |  |  |
| Υδράργυρος |  |  |
| Χαλκός |  |  |
| Χρυσός |  |  |
| Άνθρακας |  |  |
| Γερμάνιο |  |  |
| Γυαλί |  |  |
| Θείο |  |  |
| Παραφίνη |  |  |
| Πυρίτιο |  |  |
| Τεφλόν |  |  |
| Quartz |  |  |

Το Γερμάνιο και το Πυρίτιο είναι ημιαγωγοί. Στους ημιαγωγούς οι ελεύθεροι φορείς της αγωγιμότητας αυξάνουν γρήγορα με τη θερμοκρασία. Αυτό έχει τελικά ως αποτέλεσμα την αύξηση της αγωγιμότητας παρά τη μείωση της ευκινησίας. Έτσι ο θερμικός συντελεστής αντίστασης προκύπτει αρνητικός.

**Ε3** Σύρμα Αλουμινίου διατομής 3mm και μήκους 8m βρίσκεται σε θερμοκρασία . Να υπολογίσετε την αντίσταση του σύρματος. Δίνονται η ειδική αντίσταση και ο θερμικός συντελεστής αντίστασης στους  ίσοι προς  και  αντίστοιχα.

 



 

**Πυκνότητα ρεύματος**

Ξεκινάμε από το νόμο του Ohm και εκφράζουμε την αντίσταση R με την ειδική αντίσταση και τα γεωμετρικά στοιχεία της:



την οποία γράφουμε:



Το πηλίκο  είναι η ένταση Ε του ηλεκτρικού πεδίου στον αγωγό. Το πηλίκο  είναι η **πυκνότητα του ηλεκτρικού ρεύματος** δηλαδή η ένταση του ηλεκτρικού ρεύματος προς το εμβαδόν της διατομής του αγωγού.

**Πυκνότητα ηλεκτρικού ρεύματος**  σε 

Λαμβάνουμε έτσι:



Κι επειδή  τη:

**Σχέση πυκνότητας ρεύματος-έντασης πεδίου** 

**Ε4** Η διαφορά δυναμικού στα άκρα χάλκινου σύρματος μήκους 135 m και διατομής  είναι 0,8V. Να υπολογίσετε την πυκνότητα ρεύματος.

****

****

****

****

**Σύνδεση αντιστάσεων**

Στο σχήμα  οι αντιστάσεις  και  συνδέονται σε **σειρά**. Το χαρακτηριστικό της σειριακής σύνδεσης είναι ότι το ρεύμα Ι που διέρχεται από μια αντίσταση, διέρχεται και από την επόμενη. Η διαφορά δυναμικού στις  και  είναι τότε:







Η ολική διαφορά δυναμικού είναι:



Η ισοδύναμη αντίσταση R του σειριακού συνδυασμού των  και  είναι επομένως η:



Επαγωγικά βρίσκουμε για Ν αντιστάσεις σε σειρά:

**Αντίσταση στη σύνδεση σε σειρά** 

Στο σχήμα  οι αντιστάσεις  και  συνδέονται **παράλληλα**. Το χαρακτηριστικό της παράλληλης σύνδεσης είναι ότι όλες οι αντιστάσεις βρίσκονται κάτω από την ίδια διαφορά δυναμικού U. Το ρεύμα στις δύο αντιστάσεις είναι:







Το ολικό ρεύμα είναι:



Για την ισοδύναμη αντίσταση R του παράλληλου συνδυασμού των  και  έχουμε επομένως:

  

Επαγωγικά για Ν παράλληλες αντιστάσεις βρίσκουμε:

**Αντίσταση στην παράλληλη σύνδεση** 

**Ε5** Να βρεθεί η ισοδύναμη αντίσταση για το συνδυασμό του επομένου σχήματος.



Για το συνδυασμό των παραλλήλων αντιστάσεων έχουμε:

 

 

**Η ισχύς του ηλεκτρικού ρεύματος**

Είδαμε ότι η ενέργεια που λαμβάνουν τα ελεύθερα ηλεκτρόνια από το ηλεκτρικό πεδίο αποδίδεται στον αγωγό ως θερμότητα. Για κάθε φορτίο Q η ενέργεια που αποδίδεται κατά μήκος μιας διαδρομής με διαφορά δυναμικού U είναι:

 

Το φορτίο Q που μεταφέρεται είναι ίσο προς το γινόμενο του ρεύματος Ι επί το χρόνο t. Επίσης από το νόμο του Ohm η διαφορά δυναμικού είναι ίση προς το γινόμενο του ρεύματος Ι επί την αντίσταση R. Αντικαθιστούμε στην τελευταία τα Q και U και βρίσκουμε:

**Ενέργεια ηλεκτρικού ρεύματος**  R σε Ω, I σε Α, t σε s, E σε J

Ο νόμος αυτός είναι γνωστός ως **νόμος του Joule** από το Βρετανό φυσικό James **Joule** (1818-1889), που μελέτησε πειραματικά το φαινόμενο.

Διαιρούμε την ενέργεια Ε με το χρόνο t και βρίσκουμε:

**Ισχύς ηλεκτρικού ρεύματος**  U σε V, I σε Α, P σε W

Αντικαθιστούμε τη διαφορά δυναμικού από το νόμο του Ohm και λαμβάνουμε:

**Ισχύς ηλεκτρικού ρεύματος**  R σε Ω, I σε Α, P σε W

Σημείωση: Στις ηλεκτρικές καταναλώσεις χρησιμοποιούμε συνήθως αντί της μονάδας Joule (J) το **κιλοβατώριο** (kWh). Αυτό είναι η ενέργεια που αποδίδεται από ισχύ 1W σε μία ώρα (1h), δηλαδή:

 

**Ε6** Η ισχύς ηλεκτρικής εστίας είναι P=2kW. Η τάση του δικτύου είναι U=220V. Να υπολογίσετε το ρεύμα και την αντίσταση της εστίας.

 Ι=9,09Α

 R=24,2Ω

Ή απ’ ευθείας από το νόμο του Ohm:

 R=24,2Ω

**Ε7** Ηλεκτρικό σίδερο με αντίσταση 107Ω διαρρέεται από ρεύμα 2,2Α επί 20min. Ποα είναι η κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας σε kWh;



 

**Α1** Στα άκρα αντίστασης εφαρμόζουμε διαφορά δυναμικού 3,8V. Η αντίσταση διαρρέεται από ρεύμα 11,5mA. Να υπολογίσετε την αντίσταση και την αγωγιμότητα του αγωγού. (330Ω, 3,03mS)

**Α2** Η αντίσταση αγωγού είναι 7,45MΩ. Πόση πρέπει να είναι η διαφορά δυναμικού για να διαρρέεται από ρεύμα 1,4mA; Πόση ισχύς καταναλώνεται στην αντίσταση; (10,43kV, 14,6W)

**Α3** Αντίσταση 13,74Ω διαρρέεται από ρεύμα 0,76Α. Να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού στα άκρα της αντίστασης και την ισχύ που καταναλώνεται. (10,44V 7,94W)

**Α4** Η διαφορά δυναμικού στα άκρα αντίστασης 3,76kΩ είναι U=12,6V. Να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος και την ισχύ που καταναλώνεται στην αντίσταση. (3,35mA 42,2mW)

**Α5** Οι κατασκευαστές καλωδίων δίνουν για το χαλκό μέγιστη επιτρεπόμενη πυκνότητα ρεύματος . Να υπολογίσετε την ισχύ του ηλεκτρικού ρεύματος σε ένα χάλκινο σύρμα μήκους 1m και διατομής  γι’ αυτή την πυκνότητα ρεύματος. Δίνεται η ειδική αντίσταση του Χαλκού . (2,17W)

**Α6** Δύο αντιστάσεις σε σειρά δίνουν ισοδύναμη αντίσταση 5,63kΩ. Οι ίδιες αντιστάσεις παράλληλα δίνουν ισοδύναμη αντίσταση 1,13kΩ. Να υπολογίσετε τις τιμές των δύο αντιστάσεων. (1,565kΩ 4,065kΩ)

**Α7** Ο λόγος δύο αντιστάσεων είναι . Συνδέουμε τις δύο αντιστάσεις σε σειρά και λαμβάνουμε ισχύ 4W. Ποια θα είναι η ισχύς αν συνδέσουμε τις δύο αντιστάσεις παράλληλα με την ίδια διαφορά δυναμικού; (P=21,3W)

**Α8** Κυλινδρική αντίσταση έχει ακτίνα 1mm και μήκος 3cm. Η ειδική αντίσταση του υλικού κατασκευής της αντίστασης είναι . Να υπολογίσετε την τιμή της αντίστασης. (17,7kΩ)

**Α9** Ο συντελεστής θερμικής αντίστασης κράματος είναι  . Η ειδική αντίσταση του μετάλλου στους  είναι . Ποια είναι η ειδική αντίσταση σε θερμοκρασία ; ()

**Α10** Εφαρμόζουμε σταθερή διαφορά δυναμικού σε ένα χάλκινο σύρμα σε θερμοκρασία , οπότε το σύρμα αρχίζει να διαρρέεται από ρεύμα έντασης . Παρατηρούμε ότι λόγω της θέρμανσης του σύρματος η ένταση του ρεύματος μειώνεται και φθάνει σε μια τελική τιμή . Ποια είναι τότε η θερμοκρασία του σύρματος; Δίνεται ο θερμικός συντελεστής αντίστασης του Χαλκού . ()

**Α11** Η ισχύς ηλεκτρικού θερμοσίφωνα είναι 4kW και η τάση του δικτύου U=220V. Να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος και την αντίσταση του θερμοσίφωνα. (18,2Α 12,1Ω)

**Α12** Η μέση ημερήσια οικιακή κατανάλωση ηλεκτρικής ενέργειας είναι 10kWh. Δεδομένου ότι η τάση του δικτύου είναι 220V , ποια είναι η μέση ένταση του ρεύματος; (1,894Α)

**A13** Δύο αντιστάσεις  και  συνδέονται παράλληλα. Να υπολογίσετε το λόγο  των ισχύων που καταναλώνονται στις αντιστάσεις. (0,538)

**Α14** Οι αντιστάσεις της προηγούμενης άσκησης Α12 συνδέονται σε σειρά. Ποιος είναι τώρα ο λόγος των ισχύων; (1,86)

**Το ηλεκτρικό κύκλωμα**

Για να διατηρηθεί το ηλεκτρικό ρεύμα σε έναν αγωγό, χρειάζεται μια πηγή, η οποία θα παρέχει το απαιτούμενο φορτίο και θα συντηρεί την απαιτούμενη διαφορά δυναμικού, ή **τάση**, όπως ονομάζεται συνήθως στην ηλεκτροτεχνία. Αν η φορά του ρεύματος που παράγει, είναι σταθερή, η πηγή λέγεται **πηγή συνεχούς**, ή **DC** (direct current) και συμβολίζεται όπως στο σχήμα  , όπου η μεγαλύτερη γραμμή είναι ο πόλος με το υψηλότερο δυναμικό και λέγεται **θετικός** πόλος και η μικρότερη είναι ο πόλος με το χαμηλότερο δυναμικό και λέγεται **αρνητικός** πόλος. Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των πόλων είναι η **ηλεκτρεγερτική δύναμη** (ΗΕΔ) της πηγής. Πηγές συνεχούς είναι οι μπαταρίες των αυτοκινήτων και των μικροσυσκευών.

Αν η πολικότητα της πηγής μεταβάλλεται, τότε έχουμε **πηγή εναλλασσομένου**, ή **AC** (alternating current). Συνήθως η τάση μεταβάλλεται συναρτήσει του χρόνου ημιτονικά. Αυτή είναι η περίπτωση της τάσης του ηλεκτρικού δικτύου. Η πηγή εναλλασσομένου συμβολίζεται όπως στο σχήμα . Επειδή όσα θα αναφέρουμε στα επόμενα, ισχύουν τόσο για τα συνεχή, όσο και για τα εναλλασσόμενα ρεύματα, θα περιορίσουμε την παρουσίαση σε πηγές συνεχούς.

 

Για να τροφοδοτήσουμε έναν αγωγό, πρέπει να φέρουμε τα άκρα του σε επαφή με τους πόλους μιας πηγής, π.χ. ένα σύρμα από χαλκό με τους πόλους μιας μπαταρίας. Κατασκευάζουμε έτσι ένα **κύκλωμα**. Στο σχήμα  σελίδα 16 εικονίζεται το απλούστερο κύκλωμα. Εδώ U είναι η ΗΕΔ της πηγής και R η αντίσταση του αγωγού. Το βέλος δείχνει τη φορά του ρεύματος Ι. Σε αυτή τη συμβολική παράσταση του κυκλώματος οι γραμμές, που συνδέουν τα διάφορα στοιχεία δεν έχουν αντίσταση, επομένως κατά μήκος τους δεν υπάρχει πτώση τάσης.

Ένας εναλλακτικός τρόπος συμβολισμού του ίδιου κυκλώματος εικονίζεται στο σχήμα . Σύμφωνα με το νόμο του Ohm η ένταση του ρεύματος εξαρτάται μόνον από τη διαφορά δυναμικού των πόλων, δηλαδή την ΗΕΔ της πηγής. Οι τρεις οριζόντιες γραμμές ορίζεται να αντιστοιχούν σε δυναμικό μηδέν, οπότε το δυναμικό στην άλλη άκρη της γραμμής έχει τιμή ίση με την ΗΕΔ της πηγής, δηλαδή U. Συμβατικά το σημείο με δυναμικό μηδέν, ονομάζεται **γείωση**. Στις οικιακές εγκαταστάσεις η γείωση συμπίπτει με την πραγματική γη, συχνά μέσω των σωλήνων ύδρευσης. Στο αυτοκίνητο η γείωση γίνεται στο σασί. Μια τέτοια γείωση έχει διαφορετικό δυναμικό από εκείνο της Γης.

 

**Ε8** Να βρεθούν τα δυναμικά στα σημεία ΑΒΓΔ του κυκλώματος στο σχήμα.





 (δεν υπάρχει πτώση τάσης κατά μήκος της γραμμής ΒΓ)

Για να βρούμε τα δυναμικά στα σημεία Α και Δ υπολογίζουμε το ρεύμα. Από το νόμο του Ohm έχουμε:



Η πτώση τάσης στην  είναι:

  

Η πτώση τάσης στην  είναι:

  

**Ο διαιρέτης τάσης**

Στο σχήμα  εικονίζεται ένα κύκλωμα με δύο αντιστάσεις ,  σε σειρά και τάση τροφοδοσίας U. Το ρεύμα στο κύκλωμα είναι:



Οι πτώσεις τάσης στις ,  είναι τότε:





Παρατηρούμε ότι ο λόγος των τάσεων είναι ίσος προς το λόγο των αντιστάσεων. Λαμβάνουμε λοιπόν:

**Τύπος διαιρέτη τάσης** 

Μπορούμε επομένως με κατάλληλη επιλογή των αντιστάσεων ,  να λάβουμε οποιοδήποτε επιθυμητό κλάσμα της τάσης U. Για το λόγο αυτό η διάταξη του σχήματος  λέγεται **διαιρέτης τάσης**.

   

Στην αρχή λειτουργίας του διαιρέτη τάσης βασίζεται και αυτή του **ποτενσιομέτρου**. Στο σχήμα  εικονίζεται ένα **γραμμικό ποτενσιόμετρο**. Αυτό είναι ένας ομογενής και ισοπαχής αγωγός. Όπως γνωρίζουμε, η αντίσταση ενός τέτοιου αγωγού είναι ανάλογη του μήκους του. Αυτό σημαίνει ότι ο λόγος της αντίστασης R όλου του αγωγού μήκους L προς την αντίσταση  του τμήματος μήκους x είναι ίσος προς το λόγο των ίδιων των μηκών L:x. Από τον τύπο του διαιρέτη έχουμε:

**Τύπος γραμμικού ποτενσιομέτρου** 

Μπορούμε έτσι μετακινώντας το δρομέα δ επί του ποτενσιομέτρου να παίρνουμε την επιθυμητή τάση από 0 έως U.

Στα **λογαριθμικά ποτενσιόμετρα** το εμβαδόν της διατομής του αγωγού μεταβάλλεται έτσι ώστε η τάση  να μεταβάλλεται ανάλογα του λογαρίθμου του μήκους x. Τέτοια ποτενσιόμετρα χρησιμοποιούμε για τη ρύθμιση της έντασης του ήχου στο ραδιόφωνο.

**Η εσωτερική αντίσταση πηγής**

Αν συνδέσουμε τους πόλους μιας κοινής μπαταρίας 1,5V με μια πολύ μικρή αντίσταση π.χ. 0,1Ω, θα περιμένουμε να πάρουμε ρεύμα 15Α. Εν τούτοις το ρεύμα που θα μετρήσουμε είναι πολύ μικρότερο, της τάξης λίγων εκατοντάδων mA. Αυτό σημαίνει ότι υπάρχει στο κύκλωμα μια επί πλέον αντίσταση, η οποία αφορά την ίδια την πηγή και ονομάζεται **εσωτερική αντίσταση της πηγής**.

Αν έχουμε μια πηγή με ΗΕΔ  και εσωτερική αντίσταση r και τροφοδοτήσουμε μια αντίσταση R, τότε το ρεύμα στο κύκλωμα είναι:



Η πτώση τάσης στην αντίσταση R, δηλαδή η τάση που θα μετρήσουμε με ένα βολτόμετρο, αν φέρουμε τους ακροδέκτες του στους πόλους της πηγής, είναι:



Στο κύκλωμα παίρνουμε επομένως πάντοτε μικρότερη τάση από την ΗΕΔ της πηγής. Το πόσο μικρότερη είναι, εξαρτάται προφανώς από το λόγο της εσωτερικής αντίστασης r της πηγής προς την αντίσταση R όλων των υπολοίπων στοιχείων του κυκλώματος. Αν ο λόγος αυτός είναι πολύ μικρός, τότε η τάση, που παρέχεται στο κύκλωμα, είναι πρακτικά ίση με την ΗΕΔ της πηγής. Αν είναι πολύ μεγάλος, δηλαδή αν η αντίσταση r της πηγής είναι πολύ μεγάλη συγκρινόμενη με την αντίσταση R των υπολοίπων στοιχείων, τότε η πτώση τάσης στο κύκλωμα είναι πρακτικά μηδέν. Αυτή η τελευταία περίπτωση λέγεται **βραχυκύκλωμα**.

Από ενεργειακή άποψη αυτό σημαίνει ότι η ενέργεια που παρέχει η πηγή αποδίδεται εν μέρει στο κύκλωμα και εν μέρει στην ίδια την πηγή. Η ισχύς στο εξωτερικό κύκλωμα είναι:



Αντικαθιστούμε το ρεύμα και βρίσκουμε:

**Ισχύς που αποδίδεται στο κύκλωμα** 

Θα εξετάσουμε πώς κατανέμεται η ισχύς όταν μεταβάλλουμε την εξωτερική αντίσταση R. Όταν η R είναι μηδέν, τότε και η ισχύς στο εξωτερικό κύκλωμα είναι μηδέν. Όλη η ισχύς καταναλώνεται τότε στην ίδια την πηγή. Από την άλλη, αν είναι πολύ μεγάλη, τότε η ισχύς ναι μεν καταναλώνεται ως επί το πλείστον στο κύκλωμα, όμως επειδή το ρεύμα είναι πολύ μικρό, θα είναι και η ισχύς πολύ μικρή επίσης. Στην οριακή περίπτωση που η R τείνει στο άπειρον, τότε η ισχύς είναι πάλι μηδέν. Επομένως κάπου ενδιάμεσα η ισχύς γίνεται μέγιστη. Αναζητούμε την R για την οποία συμβαίνει αυτό. Εκεί η παράγωγος της ισχύος Ρ ως προς R μηδενίζεται. Βρίσκουμε την παράγωγο:



Βλέπουμε ότι η παράγωγος μηδενίζεται όταν R=r. Επομένως:

**Η μέγιστη ισχύς λαμβάνεται όταν η αντίσταση του κυκλώματος είναι ίση με την εσωτερική αντίσταση της πηγής**

**Επίλυση κυκλωμάτων με τους κανόνες του Kirchhof**

Η επίλυση σύνθετων ηλεκτρικών κυκλωμάτων απλουστεύεται σημαντικά με τους κανόνες που διατύπωσε ο Γερμανός φυσικός Gustav **Kirchhof** (1824-1887). Οι κανόνες του Kirchhof είναι δύο.

1. **Κανόνας των κόμβων**. Κόμβος είναι το σημείο σύγκλισης n αγωγών όπως στο σχήμα  **.** Το αλγεβρικό άθροισμα των ρευμάτων ενός κόμβου είναι μηδέν.

**Πρώτος κανόνας του Kirchhof** 

Για το παράδειγμα του σχήματος  όπου n=4 έχουμε:



  

2. **Κανόνας των βρόχων**. Βρόχος είναι μία κλειστή διαδρομή του ρεύματος. Στο σχήμα  εικονίζεται ο βρόχος ΑΒΓΔ, που είναι μέρος ενός κυκλώματος. Ορίζουμε αυθαίρετα μια φορά περιστροφής ως θετική με την εξής έννοια. Όταν κινούμαστε κατά τη θετική φορά περιστροφής, τότε μια πηγή της οποίας συναντάμε πρώτα τον αρνητικό πόλο, λογίζεται ως θετική, αλλιώς ως αρνητική. Για το βρόχο του σχήματος  σελίδα 19 η  είναι αρνητική, ενώ η  θετική. Επίσης όποιο ρεύμα έχει φορά ίδια με τη φορά περιστροφής λαμβάνεται ως θετικό, αλλιώς ως αρνητικό. Στο ίδιο παράδειγμα τα ,  είναι θετικά, ενώ το  είναι αρνητικό. Σε κάθε τέτοιο βρόχο το αλγεβρικό άθροισμα των τάσεων των πηγών είναι ίσο προς το αλγεβρικό άθροισμα των πτώσεων τάσης.

**Δεύτερος κανόνας του Kirchhof **

Για το παράδειγμα του σχήματος  σελίδα 19 όπου n=2, m=3 έχουμε:



**Ε9** Στο κύκλωμα του σχήματος δίνονται:

 

 

 

και ζητούνται τα ρεύματα , , .



1. Επιλέγουμε ως θετική φορά στους βρόχους αυτή των δεικτών του ρολογιού. Η επιλογή είναι αυθαίρετη. Θα μπορούσε να επιλεγεί και η αντίστροφη, ή και διαφορετική σε κάθε βρόχο.

2. Σημειώνουμε επίσης αυθαίρετα τις φορές των ρευμάτων. Αν ένα ρεύμα προκύψει τελικά θετικό, τότε η πραγματική φορά είναι η επιλεγείσα, αλλιώς όχι, οπότε είναι η αντίθετη της επιλεγείσας.

3. Εφαρμόζουμε τον πρώτο κανόνα σε Κ-1 κόμβους. Εδώ έχουμε δύο κόμβους (, ). Λαμβάνουμε τον  και έχουμε:



Αν εφαρμόζαμε τον πρώτο κανόνα στον κόμβο , θα είχαμε: , που είναι ίδια με την προηγούμενη, επομένως περιττή.

4. Εφαρμόζουμε το δεύτερο κανόνα στους ανεξάρτητους βρόχους. Εδώ έχουμε τρεις βρόχους: τον αριστερό, το δεξιό και εκείνον που περιβάλει τους δύο πρώτους. Αν εφαρμόσουμε το δεύτερο κανόνα και για τους τρεις, τότε η μία από τις εξισώσεις, που θα προκύψει είναι παράγωγο των δύο άλλων, επομένως μόνο δύο από τις τρεις εξισώσεις είναι χρήσιμες ως γραμμικά ανεξάρτητες. Για να εξασφαλίσουμε τη γραμμική ανεξαρτησία, μπορούμε να χρησιμοποιούμε μόνον τους ελάχιστους βρόχους, δηλαδή εκείνους που δεν περιέχουν άλλους βρόχους. Έτσι έχουμε:

Αριστερά: 

Δεξιά: 

Καταστρώσαμε έτσι τρεις γραμμικά ανεξάρτητες εξισώσεις, η λύση των οποίων μας οδηγεί στις τιμές των ρευμάτων. Αντικαθιστούμε τις τάσεις και τις αντιστάσεις με τις αριθμητικές τιμές τους και φθάνουμε στο σύστημα:

****





Για να απλουστεύσουμε τις πράξεις αποφύγαμε κατ’ εξαίρεση να θέσουμε τις μονάδες των μεγεθών. Επειδή όμως οι αριθμητικές τιμές αντιστοιχούν σε μονάδες του SI γνωρίζουμε ότι οι τιμές που θα προκύψουν για τα ρεύματα αντιστοιχούν σε Amperes. Λύνουμε το σύστημα και βρίσκουμε τις εξής τιμές ρευμάτων:







Το επιλυμένο κύκλωμα με τις ορθές φορές ρευμάτων είναι επομένως αυτό του επομένου σχήματος.



Στις τεχνικές εφαρμογές πρέπει να επαληθεύουμε τα αποτελέσματά μας. Επαληθεύουμε λοιπόν αυτές τις τιμές για τους δύο βρόχους και βρίσκουμε:

Αριστερά: 

 

 

Δεξιά: 

 

 

Οι μικρές αριθμητικές διαφορές οφείλονται σε σφάλματα στρογγύλευσης κατά την επίλυση του συστήματος.

Αν οι πηγές έχουν εσωτερική αντίσταση, τότε αυτές προστίθενται στην αντίσταση του κλάδου της πηγής.

**Ηλεκτρικές μετρήσεις**

**Μέτρηση έντασης ρεύματος και διαφοράς δυναμικού**. Για να μετρήσουμε εντάσεις ρεύματος και διαφορές δυναμικού χρησιμοποιούμε **αμπερόμετρα** και **βολτόμετρα**. Στα σχήματα  και  εικονίζονται τα σύμβολα των δύο οργάνων, όπως τα συναντάμε στην ηλεκτροτεχνία. Τόσο το αμπερόμετρο, όσο και το βολτόμετρο έχουν μια εσωτερική αντίσταση r. Αυτή είναι η αντίσταση του οργάνου.

 

Για να μετρήσουμε την ένταση του ρεύματος Ι που διαρρέει την αντίσταση R του σχήματος , συνδέουμε το αμπερόμετρο όπως στο σχήμα . Το αμπερόμετρο μετράει ουσιαστικά την πτώση τάσης στην εσωτερική αντίσταση r και την ανάγει σε τιμή ρεύματος, που διαβάζουμε στην ένδειξή του. Με την προσθήκη της εσωτερικής αντίστασης του αμπερομέτρου αλλοιώνουμε όμως τα στοιχεία του κυκλώματος, γιατί δε μετράμε την πραγματική ένταση:

   



Αλλά τη μικρότερη:



Όσο μικρότερη είναι η αντίσταση του αμπερομέτρου, τόσο μικρότερο είναι το σφάλμα που εισάγει. Ένα ιδανικό αμπερόμετρο έχει επομένως μηδενική εσωτερική αντίσταση.

Για να μετρήσουμε τη διαφορά δυναμικού  στην αντίσταση  του σχήματος  συνδέουμε το βολτόμετρο παράλληλα στην  όπως στο σχήμα . Η διαφορά δυναμικού πριν συνδέσουμε το βολτόμετρο είναι σύμφωνα με τον τύπο του διαιρέτη τάσηςι:

   



Με την προσθήκη του βολτομέτρου δε μετράμε όμως τη διαφορά δυναμικού στην , αλλά στον παράλληλο συνδυασμό των αντιστάσεων ,r:



Μετράμε έτσι μια τιμή τάσης :



Που είναι μικρότερη της πραγματικής .

Αν η εσωτερική αντίσταση του βολτομέτρου είναι όμως πολύ μεγάλη σε σύγκριση με την , τότε το πηλίκο , οπότε . Ένα ιδανικό βολτόμετρο είναι επομένως εκείνο, που έχει άπειρη εσωτερική αντίσταση.

**Μέτρηση αντιστάσεων με τη γέφυρα Wheatstone**. Στο σχήμα  σελίδα 24 εικονίζεται ένα κύκλωμα με τέσσερεις αντιστάσεις. Στη γενική περίπτωση ο διαγώνιος κλάδος ΑΒ διαρρέεται από ρεύμα, γιατί τα δυναμικά των σημείων Α και Β είναι διαφορετικά. Αν ο κλάδος ΑΒ δε διαρρέεται από ρεύμα, τότε τα δυναμικά στα Α και Β είναι ίσα. Στην περίπτωση αυτή το ρεύμα, που διαρρέει την , διαρρέει και την  και το ρεύμα που διαρρέει την , διαρρέει και την . Όμως σύμφωνα με το νόμο του Ohm, όταν διαρρέονται δύο αντιστάσεις από το ίδιο ρεύμα, ο λόγος των τάσεων είναι ίσος με το λόγο των αντιστάσεων:





Όμως αφού τα δυναμικά στα Α και Β είναι ίσα, είναι και:



 

Αν διαθέτουμε μια γνωστή αντίσταση R, τότε με τη διάταξη του σχήματος , που είναι γνωστή ως **γέφυρα Wheatstone** από το όνομα του Άγγλου ερευνητή και εφευρέτη Charles **Wheatstone** (1802-1875), μπορούμε να μετρήσουμε μιαν άγνωστη αντίσταση  ως εξής. Αντικαθιστούμε τις αντιστάσεις  και  του κυκλώματος στο σχήμα  με ένα ποτενσιόμετρο. Όταν ο δρομέας δ του ποτενσιομέτρου είναι τελείως αριστερά, τότε η αντίσταση  βραχυκυκλώνεται και το ρεύμα έχει φορά από το δρομέα δ προς το σημείο Α του σχήματος . Όταν ο δρομέας είναι τελείως δεξιά, τότε η R βραχυκυκλώνεται και το ρεύμα έχει φορά από το σημείο Α προς το δρομέα δ. Σε μια ενδιάμεση θέση του δρομέα το ρεύμα μηδενίζεται. Από τον τύπο του ποτενσιομέτρου βρίσκουμε ότι στη θέση αυτή είναι:



Η άγνωστη αντίσταση είναι επομένως:



**Α15**Να βρεθούν τα δυναμικά στα σημεία Α, Β, Γ του κυκλώματος. (-4,2V -3V 1,8V)



**Α16** Να υπολογίσετε το ρεύμα που διαρρέει τον κλάδο ΑΒ στο κύκλωμα (11,9mΑ)



**Α17** Το ρεύμα του κλάδου ΑΒ είναι μηδέν. Ποια είναι η ΗΕΔ της πηγής αριστερά; (1,33V)



**Α18** Η γέφυρα Wheatstone ισορροπεί όταν οι αποστάσεις του δρομέα από τα άκρα του ποτενσιομέτρου είναι  και . Να υπολογίσετε την άγνωστη αντίσταση  (9,40kΩ)



**Α18** Το ρεύμα του αμπερομέτρου μηδενίζεται όταν ο δρομέας βρίσκεται στη θέση που δείχνει το σχήμα δεξιά. Ποια είναι η ΗΕΔ U της πηγής δεξιά; (0,795V)



**A19** Μπαταρία έχει εσωτερική αντίσταση3Ω και ΗΕΔ 1,5V. Συνδέουμε την πηγή με αντίσταση 14Ω και μετράμε την τάση στους πόλους της μπαταρίας. Ποια τάση θα μετρήσουμε; (1,235V)

**Α20** Πηγή έχει ΗΕΔ 14,2V. Όταν συνδεθεί με αντίσταση R=101Ω δίνει τάση 11,9V. Πόση είναι η εσωτερική αντίσταση της πηγής; (19,25Ω)

**Μεταβατικά φαινόμενα σε κύκλωμα αντίστασης και πυκνωτή**

**Εκφόρτιση ενός πυκνωτή**: Από τις καθημερινές εμπειρίες μας έχουμε συνηθίσει να θεωρούμε τα ηλεκτρικά φαινόμενα ως εξελισσόμενα ακαριαία, όμως αυτό δε συμβαίνει στην πραγματικότητα, γιατί από τη στιγμή που αρχίζει να εξελίσσεται ένα φαινόμενο, έως ότου αποκατασταθεί ισορροπία μεσολαβεί πάντοτε ένα χρονικό διάστημα. Εδώ θα μελετήσουμε τη μεταβατική περίοδο κατά την εκφόρτιση ενός πυκνωτή.

Έστω ένας πυκνωτής χωρητικότητας C με φορτίο . Η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι:



Στην κατάσταση αυτή και εφ’ όσον ο πυκνωτής περιβάλλεται από ένα ιδανικό μονωτικό μέσον, ο πυκνωτής παραμένει με το φορτίο του. Θέλουμε τώρα να τον εκφορτίσουμε. Συνδέουμε γι’ αυτό τους οπλισμούς του με ένα αγώγιμο σύρμα όπως στο σχήμα . Τώρα το φορτίο εγκαταλείπει τους οπλισμούς και το σύρμα διαρρέεται από ρεύμα. Αυτό σημαίνει ότι το φορτίο του πυκνωτή μειώνεται. Μαζί με το φορτίο μειώνεται όμως και η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή. Όταν το φορτίο έχει τιμή Q, τότε η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι:





Μπορούμε να υπολογίσουμε εύκολα το ρεύμα Ι από τα στοιχεία του κυκλώματος. γιατί η πτώση τάσης στην αντίσταση R του σύρματος είναι ίση με τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή.:



Πριν προχωρήσουμε εξετάζουμε διαστατικά το γινόμενο RC. Έχουμε:



Το γινόμενο RC έχει επομένως διαστάσεις χρόνου. Το ονομάζουμε λοιπόν

**Σταθερά χρόνου κυκλώματος RC ** R σε Ω, C σε F, τα σε s

Αντικαθιστούμε στην εξίσωση του ρεύματος το γινόμενο RC με τη σταθερά χρόνου τ και λαμβάνουμε:



Πρέπει να προσέξουμε ότι οι τιμές τόσο του φορτίου Q του πυκνωτή όσο και του ρεύματος Ι είναι στιγμιαίες, γιατί η εκφόρτιση συνεχίζεται και τα δύο μεγέθη μειώνονται συνεχώς. Για να εκφράσουμε το ρεύμα ως ροή φορτίου , πρέπει επομένως να λάβουμε το χρονικό διάστημα Δt στο όριό του, δηλαδή . Κάτι που πρέπει να λάβουμε επίσης υπ’ όψη είναι ότι το φορτίο που διαρρέει τον αγωγό εκφόρτισης προέρχεται από τον πυκνωτή. Έτσι για κάθε μεταβολή του φορτίου του πυκνωτή κατά ΔQ, το φορτίο που διέρχεται από τον αγωγό είναι –ΔQ. Έχουμε λοιπόν:

     

Ολοκληρώνουμε την τελευταία από 0 έως t και βρίσκουμε:



Λαμβάνουμε έτσι:

**Φορτίο του πυκνωτή κατά την εκφόρτιση** 

 

Στο διάγραμμα του σχήματος  σελίδα 27 απεικονίζεται η μεταβολή του φορτίου συναρτήσει του χρόνου. Βλέπουμε ότι μετά χρονικό διάστημα ίσο προς μία σταθερά χρόνου το φορτίου του πυκνωτή γίνεται e φορές μικρότερο. Η σταθερά χρόνου είναι επομένως το μέγεθος που καθορίζει την ταχύτητα της εκφόρτισης. Έτσι αν έχουμε έναν πυκνωτή με χωρητικότητα C=10μF σε σειρά με αντίσταση R=10ΜΩ, η σταθερά χρόνου λαμβάνει τιμή . Με τη σχέση φορτίου χρόνου γνωστή βρίσκουμε ακόμα:

**Διαφορά δυναμικού πυκνωτή στη φόρτιση**  

**Ρεύμα στην εκφόρτιση πυκνωτή** 

Όπου



Είναι το ρεύμα τη στιγμή που αρχίζει η εκφόρτιση.

**Φόρτιση ενός πυκνωτή**. Το πρόβλημα είναι το αντίστροφο του προηγουμένου. Ο πυκνωτής είναι αφόρτιστος και συνδέουμε τους οπλισμούς του με μια πηγή ΗΕΔ . Το κύκλωμα εικονίζεται στο σχήμα  .



Η πτώση τάσης στην αντίσταση R είναι τώρα:

  

Εδώ το φορτίο που διαρρέει την αντίσταση αυξάνει το φορτίο του πυκνωτή. Επομένως:

  

Βρίσκουμε έτσι:

**Φορτίο του πυκνωτή κατά τη φόρτιση** 

**Διαφορά δυναμικού πυκνωτή στη φόρτιση**  

Στο διάγραμμα του σχήματος  απεικονίζεται η μεταβολή του φορτίου συναρτήσει του χρόνου.



Για το ρεύμα έχουμε πάλι:

 **Ρεύμα στη φόρτιση πυκνωτή** 

|  |
| --- |
| **Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα****Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Αθήνας** |
| **Τέλος Ενότητας** |
| **Χρηματοδότηση*** Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
* Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Αθήνας**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
* Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

 |

**Σημειώματα**

**Σημείωμα Αναφοράς**

Copyright ΤΕΙ Αθήνας, Κωνσταντίνος Κουρκουτάς, 2014. Κωνσταντίνος Κουρκουτάς. «Φυσική ΙΙ. Ενότητα 2: Το ηλεκτρικό ρεύμα». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: [ocp.teiath.gr](https://ocp.teiath.gr/).

**Σημείωμα Αδειοδότησης**

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό. Οι όροι χρήσης των έργων τρίτων επεξηγούνται στη διαφάνεια «Επεξήγηση όρων χρήσης έργων τρίτων».

Τα έργα για τα οποία έχει ζητηθεί άδεια αναφέρονται στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

* που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
* που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
* που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

**Επεξήγηση όρων χρήσης έργων τρίτων**

|  |  |
| --- | --- |
| © | Δεν επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου, παρά μόνο εάν ζητηθεί εκ νέου άδεια από το δημιουργό. |
| διαθέσιμο με άδεια CC-BY | Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου και η δημιουργία παραγώγων αυτού με απλή αναφορά του δημιουργού. |
| διαθέσιμο με άδεια CC-BY-SA | Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού, και διάθεση του έργου ή του παράγωγου αυτού με την ίδια άδεια. |
| διαθέσιμο με άδεια CC-BY-ND | Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού. Δεν επιτρέπεται η δημιουργία παραγώγων του έργου. |
| διαθέσιμο με άδεια CC-BY-NC | Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού. Δεν επιτρέπεται η εμπορική χρήση του έργου. |
| διαθέσιμο με άδεια CC-BY-NC-SA | Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού και διάθεση του έργου ή του παράγωγου αυτού με την ίδια άδεια. Δεν επιτρέπεται η εμπορική χρήση του έργου. |
| διαθέσιμο με άδεια CC-BY-NC-ND | Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού. Δεν επιτρέπεται η εμπορική χρήση του έργου και η δημιουργία παραγώγων του. |
| διαθέσιμο με άδεια CC0 Public Domain | Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου, η δημιουργία παραγώγων αυτού και η εμπορική του χρήση, χωρίς αναφορά του δημιουργού. |
| διαθέσιμο ως κοινό κτήμα | Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου, η δημιουργία παραγώγων αυτού και η εμπορική του χρήση, χωρίς αναφορά του δημιουργού. |
| χωρίς σήμανση | Συνήθως δεν επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου. |

**Διατήρηση Σημειωμάτων**

* Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:
* Το Σημείωμα Αναφοράς
* Το Σημείωμα Αδειοδότησης
* Τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
* Το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει) μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.