



Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο TEI Αθήνας



Ηλεκτροτεχνία – Ηλ. Μηχανές & Εγκαταστάσεις πλοίου (Θ)

Ενότητα 5: Εναλλασσόμενα κυκλώματα μόνιμης κατάστασης

Δ.Ν. Παγώνης
Τμήμα Ναυπηγών Μηχανικών ΤΕ



Το περιεχόμενο του μαθήματος διατίθεται με άδεια Creative Commons εκτός και αν αναφέρεται διαφορετικά



Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Ημιτονοειδή εναλλασσόμενη τάση ως πηγή σε κύκλωμα (1/4)

- Η εφαρμοζόμενη τάση περιγράφεται από τη σχέση:

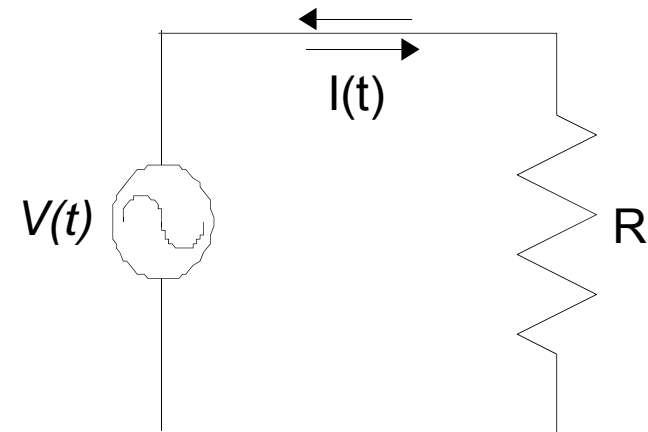
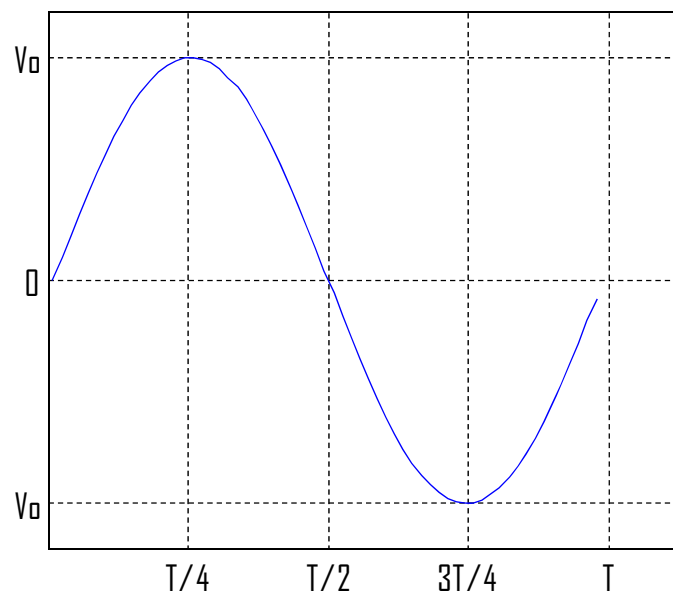
$$v(t) = V_0 \times \sin(\omega \times t + \theta_0)$$

όπου: $v(t)$ η στιγμιαία τιμή της τάσης τη χρονική στιγμή t ,

V_0 το πλάτος της,

θ_0 η αρχική φάση,

ω η κυκλική συχνότητα



Το εναλλασσόμενο ρεύμα $I(t)$ που διαπερνά την ωμική αντίσταση R μπορεί να υπολογισθεί κάνοντας χρήση του νόμου του Ohm:

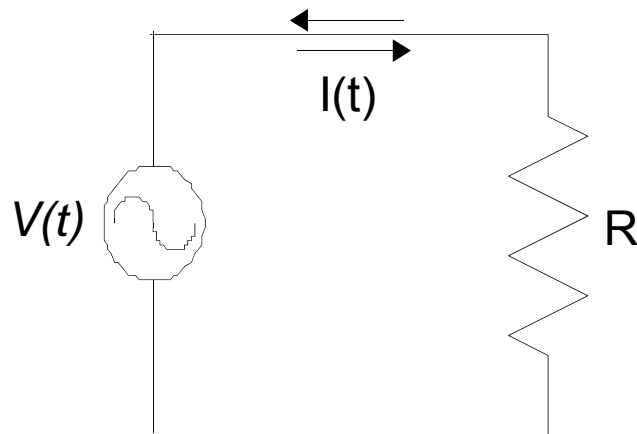
$$i(t) = \frac{v(t)}{R} = \frac{V_0 \times \sin(\omega \times t + \theta_0)}{R} \\ = I_0 \times \sin(\omega \times t + \theta_0)$$

Ημιτονοειδή εναλλασσόμενη τάση ως πηγή σε κύκλωμα (2/4)

- Σχέση εναλλασσόμενης τάσης και έντασης σε ωμική αντίσταση

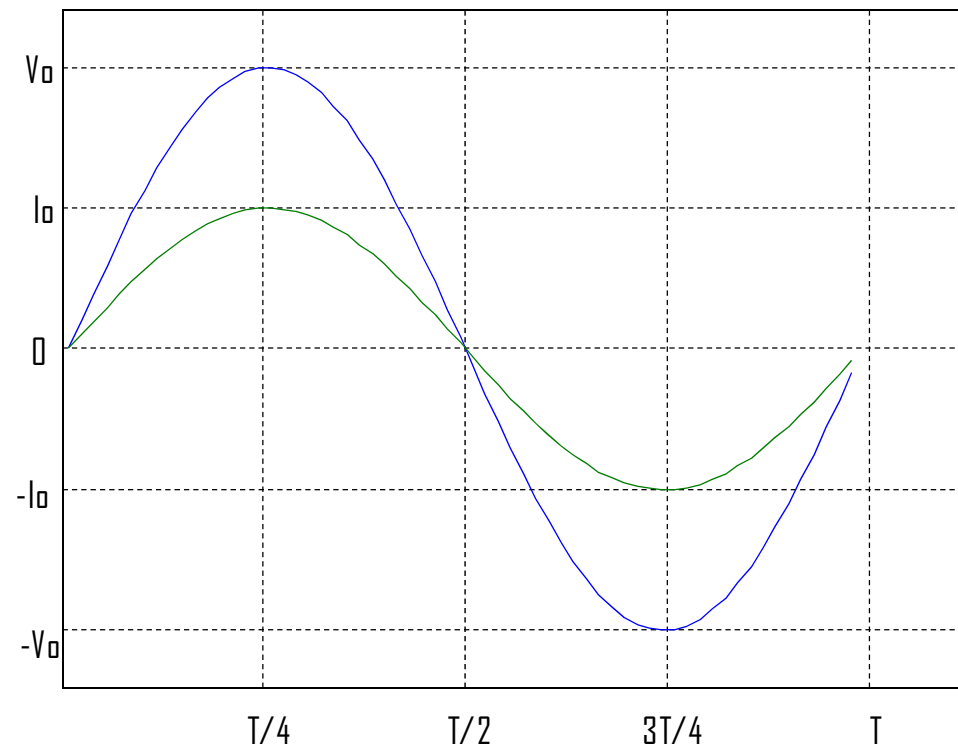
$$\text{για } \theta_0 = 0: v(t) = V_0 \times \sin(\omega \times t), i(t) = I_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$\text{όπου } I_0 = \frac{V_0}{R}$$



Το εναλλασσόμενο ρεύμα $i(t)$ που διαπερνά την αντίσταση είναι **συμφασικό** με την τάση που εφαρμόζεται

Εναλλασσόμενη τάση $v(t)$ και ένταση $i(t)$ στην αντίσταση R :

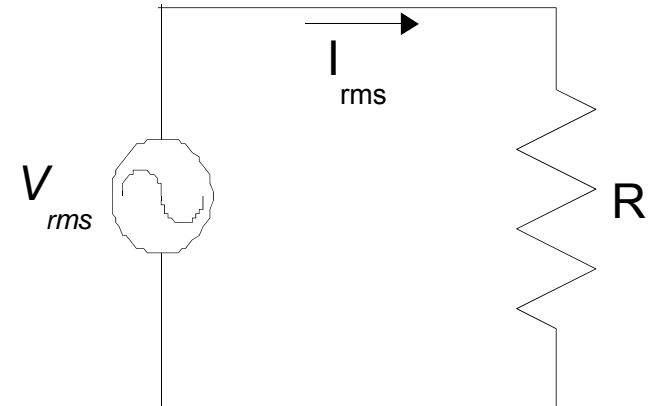


Ημιτονοειδή εναλλασσόμενη τάση ως πηγή σε κύκλωμα (3/4)

Ενεργός τιμή εναλλασσόμενης έντασης και τάσης

Καθώς η στιγμιαία τιμή των $I(t) / V(t)$ μεταβάλλεται συνεχώς με το χρόνο ορίζουμε ως:

- **Ενεργό ένταση** εναλλασσόμενου ρεύματος I_{rms} την ένταση συνεχούς ρεύματος που προκαλεί το ίδιο θερμικό αποτέλεσμα με το εναλλασσόμενο όταν διαρρέει την ίδια ωμική αντίσταση R κατά το ίδιο χρονικό διάστημα
- **Ενεργό τάση** εναλλασσόμενου ρεύματος V_{rms} την τάση του συνεχούς ρεύματος που δημιουργεί συνεχές ρεύμα με ένταση ίση με την ενεργό τιμή του εναλλασσόμενου ρεύματος όταν εφαρμοσθεί στα άκρα της ίδιας ωμικής αντίστασης R



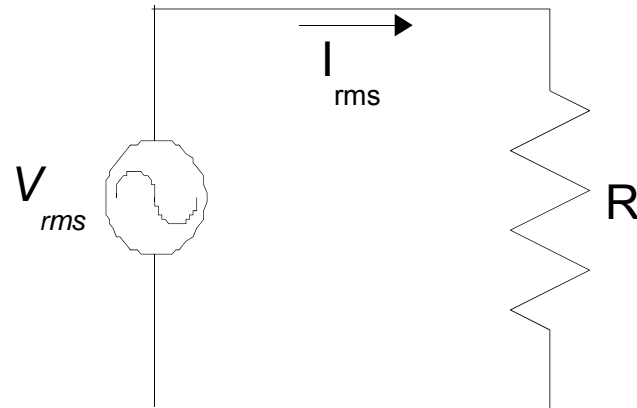
Ημιτονοειδή εναλλασσόμενη τάση ως πηγή σε κύκλωμα (4/4)

Ενεργός τιμή εναλλασσόμενης έντασης και τάσης

- Αποδεικνύεται ότι στην περίπτωση ημιτονοειδούς ή συνημιτονοειδούς εναλλασσόμενης τάσης:

$$V_{rms} = V_{ενεργό} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} \text{ και } I_{rms} = I_{ενεργό} = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

- Σε κυκλώματα εναλλασσόμενου ρεύματος, τα όργανα μετρήσεων (βολτόμετρο/αμπερόμετρο) μετράνε τις **ενεργές τιμές** της τάσης και του ρεύματος



Παραστατικοί μιγαδικοί αριθμοί Φασιθέτες (phasors) (1/2)

Χρήση ενός περιστρεφόμενου ανύσματος για την παράσταση ενός συνημιτονοειδούς μεγέθους

Έστω περιστρεφόμενο διάνυσμα \vec{OA} με μέτρο x_0

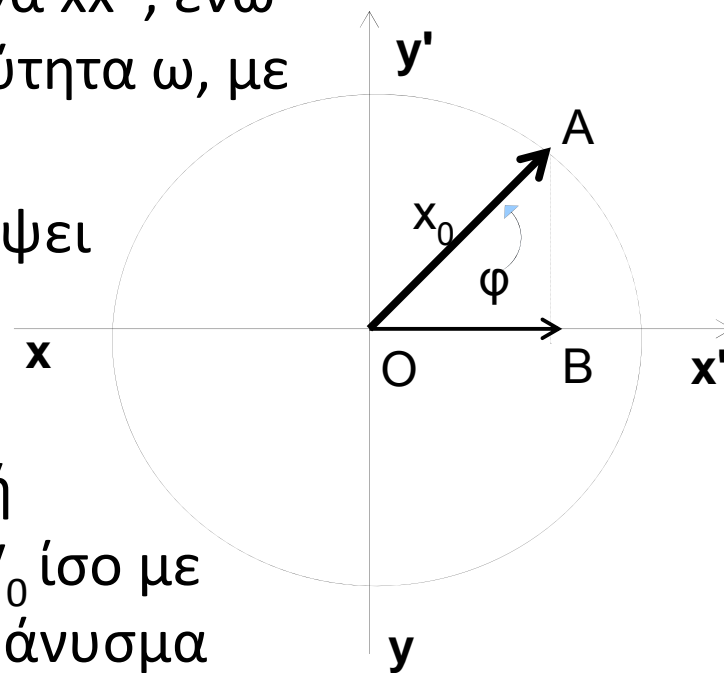
Για $t=0$ το διάνυσμα βρίσκεται στον άξονα xx' , ενώ περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω , με αντιωρολογιακή φορά

Εάν σε χρόνο t , το διάνυσμα έχει διαγράψει γωνία $\phi = \omega t$, ισχύει:

$$\vec{OB} = x = x_0 \times \cos(\omega \times t)$$

Εάν θεωρήσουμε ως x την στιγμιαία τιμή εναλλασσόμενης τάσης $v(t)$, με πλάτος V_0 ίσο με x_0 , παρατηρούμε ότι το περιστρεφόμενο άνυσμα μπορεί να παραστήσει τη συνημιτονοειδή τάση:

$$v(t) = V_0 \times \cos(\omega \times t)$$



Παραστατικοί μιγαδικοί αριθμοί Φασιθέτες (phasors) (2/2)

Έκφραση της συνημιτονοειδούς τάσης παραστατικούς μιγαδικούς αριθμούς

Έστω ο μιγαδικός αριθμός: $W = a + j \times b$

Το μέτρο του W θα ισούται με: $M = \sqrt{a^2 + b^2}$

Ισχύει: $W = a + j \times b = M \times [\cos(\theta) + j \times \sin(\theta)]$

Όμως: $[\cos(\theta) + j \times \sin(\theta)] = e^{j \times \theta}$ (Θεώρημα Euler)

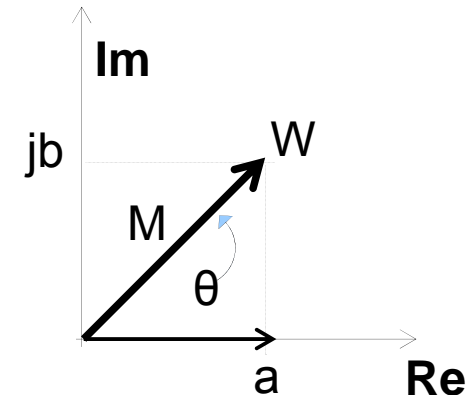
Επομένως: $W = M \times [\cos(\theta) + j \times \sin(\theta)] = M \times e^{j \times \theta}$

Για δεδομένη συνημιτονοειδή τάση της μορφής ισχύει:

$$v(t) = V_0 \times \cos(\omega \times t + \varphi) = \sqrt{2} \times V_{rms} \times \cos(\omega \times t + \varphi)$$

$$\text{άρα: } v(t) = \Re[\sqrt{2} \times V_{rms} \times e^{j \times (\omega t + \varphi)}] = \Re[(V_{rms} \times e^{j \times \varphi}) \times (\sqrt{2} \times e^{j \times \omega t})]$$

Φασιθέτης (phasor)



Σύνθετη αντίσταση – εμπέδηση Z (impedance) (1/3)

- Αποτελεί ένα μιγαδικό αριθμό που “εκφράζει” τη δυσκολία στην κίνηση των ηλεκτρονίων σε κύκλωμα **εναλλασσόμενου** ρεύματος που δεν αποτελείται μόνο από αντιστάσεις αλλά και από διατάξεις που **αποθηκεύουν** ενέργεια πυκνωτές, πηνία)
- Ο νόμος του Ohm ισχύει και για την περίπτωση σύνθετης αντίστασης:

$$Z = \frac{V}{I} \quad \text{όπου: } \mathbf{Z} \text{ η σύνθετη αντίσταση}$$

\mathbf{V} η εφαρμοζόμενη εναλλασσόμενη τάση σε μιγαδική μορφή

\mathbf{I} το ρεύμα που διαρρέει τη σύνθετη αντίσταση σε μιγαδική μορφή

Σύνθετη αντίσταση – εμπέδηση Z (impedance) (2/3)

- Μιγαδική αντίσταση ιδανικού πηνίου

$$Z_L = j \times \omega \times L$$

Επαγωγική αντίδραση, X_L

όπου: Z_L η σύνθετη αντίσταση του πηνίου
 ω η συχνότητα της εφαρμοζόμενης εναλλασσόμενης τάσης
 L η αυτεπαγωγή του πηνίου

- Μιγαδική αντίσταση ιδανικού πυκνωτή

$$Z_C = \frac{1}{j \times \omega \times C}$$

Χωρητική αντίδραση, X_C

όπου: Z_C η σύνθετη αντίσταση του πηνίου
 ω η συχνότητα της εφαρμοζόμενης εναλλασσόμενης τάσης
 C η χωρητικότητα του πυκνωτή

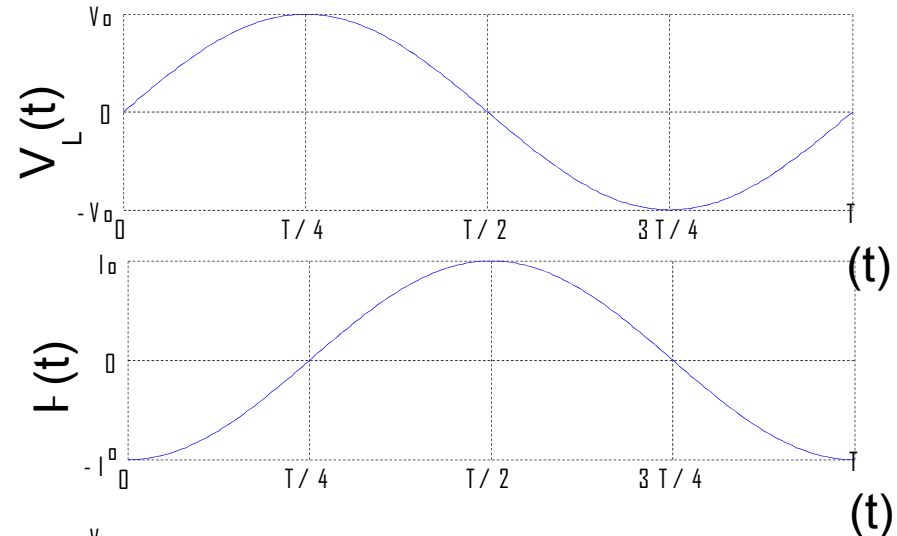
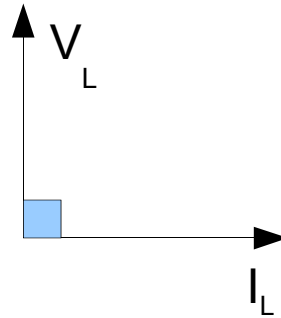
Σύνθετη αντίσταση – εμπέδηση Z (impedance) (3/3)

- **Διαφορά φάσης** μεταξύ της εφαρμοζόμενης τάσης και του ρεύματος που διαρρέει τη σύνθετη αντίσταση

- Περίπτωση ιδανικού πηνίου

$$Z_L = j \times \omega \times L$$

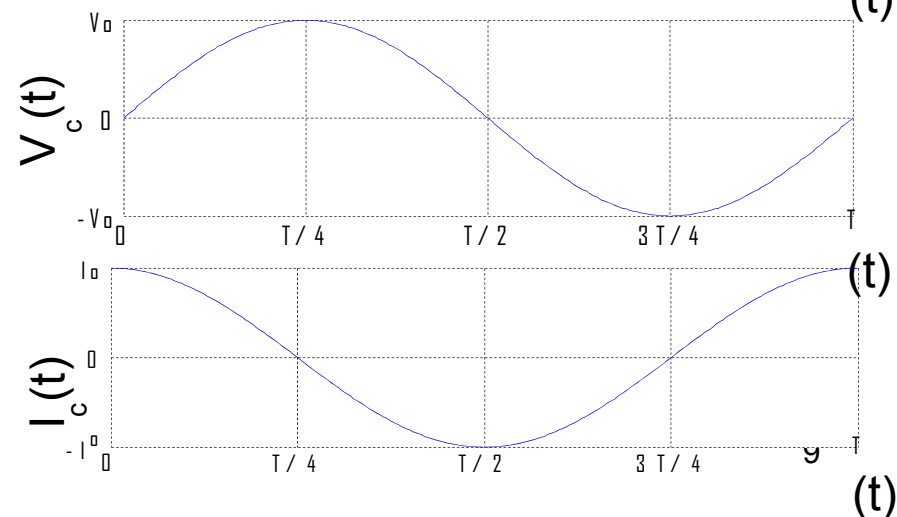
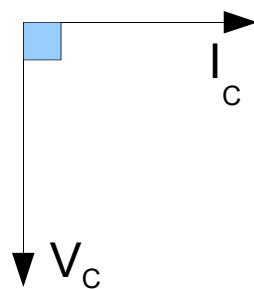
$$Z_L = \frac{V_L}{I_L}$$



- Περίπτωση ιδανικού πυκνωτή

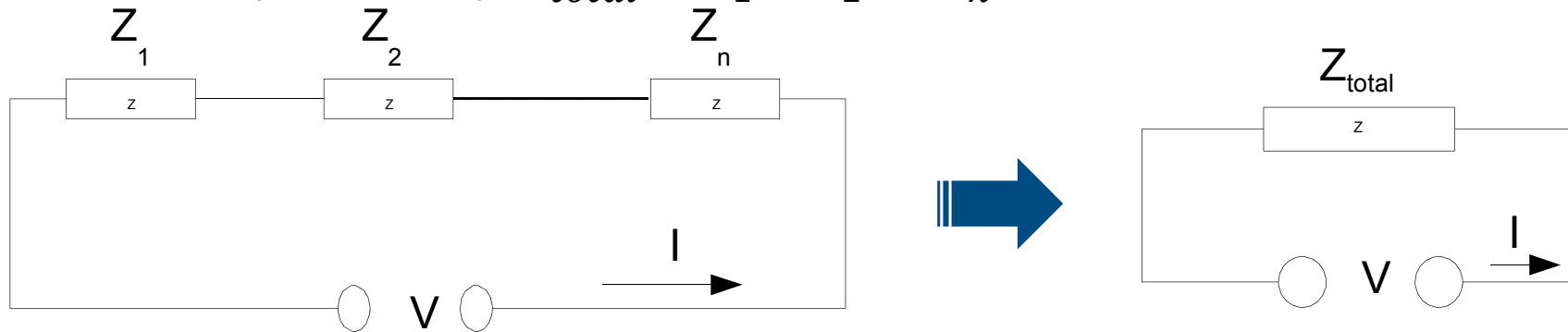
$$Z_C = \frac{1}{j \times \omega \times C}$$

$$Z_C = \frac{V_C}{I_C}$$

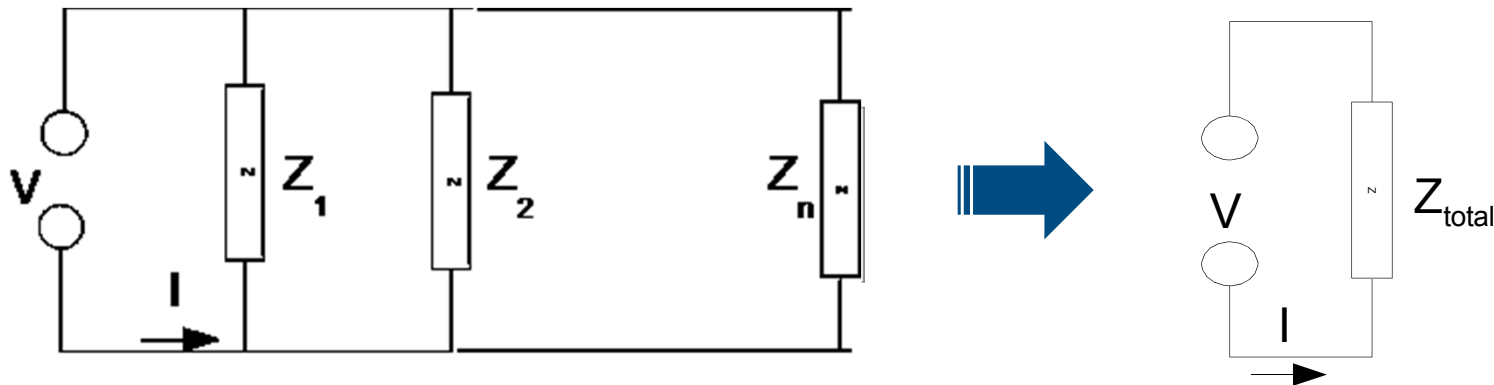


Συνδεσμολογία σύνθετων αντιστάσεων

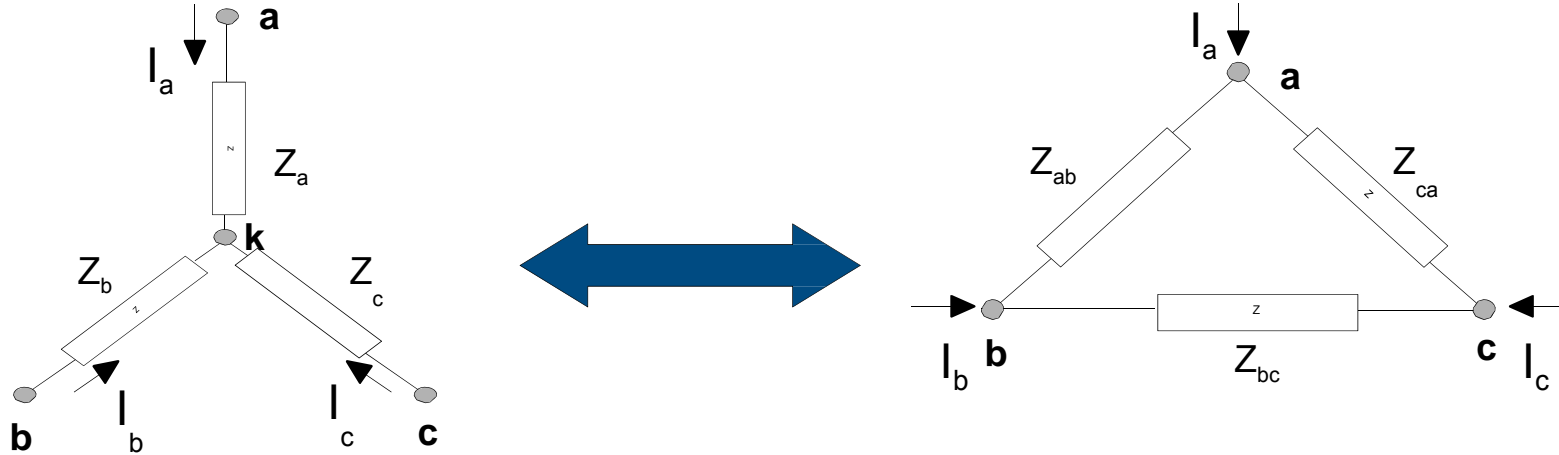
- Σύνδεση σε σειρά (διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα) Ισοδύναμη συνολική σύνθετη αντίσταση: $Z_{total} = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_n$



- Σύνδεση σε σειρά (διαρρέονται από το ίδιο ρεύμα) Ισοδύναμη συνολική σύνθετη αντίσταση: $\frac{1}{Z_{total}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \dots + \frac{1}{Z_n}$



Θεώρημα Rosen-Kennely



Σχέσεις μετασχηματισμού Υ-Δ:

$$Z_a = \frac{Z_{ab} \times Z_{ca}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}}, \quad Z_b = \frac{Z_{ab} \times Z_{bc}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}}$$

$$Z_c = \frac{Z_{ca} \times Z_{bc}}{Z_{ab} + Z_{bc} + Z_{ca}}$$

όταν $Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = Z$:

$$Z_a = Z_b = Z_c = Z/3$$

$$Z_{ab} = \frac{Z_a \times Z_b + Z_b \times Z_c + Z_c \times Z_a}{Z_c}$$

$$Z_{bc} = \frac{Z_a \times Z_b + Z_b \times Z_c + Z_c \times Z_a}{Z_a}$$

$$Z_{ca} = \frac{Z_a \times Z_b + Z_b \times Z_c + Z_c \times Z_a}{Z_b}$$

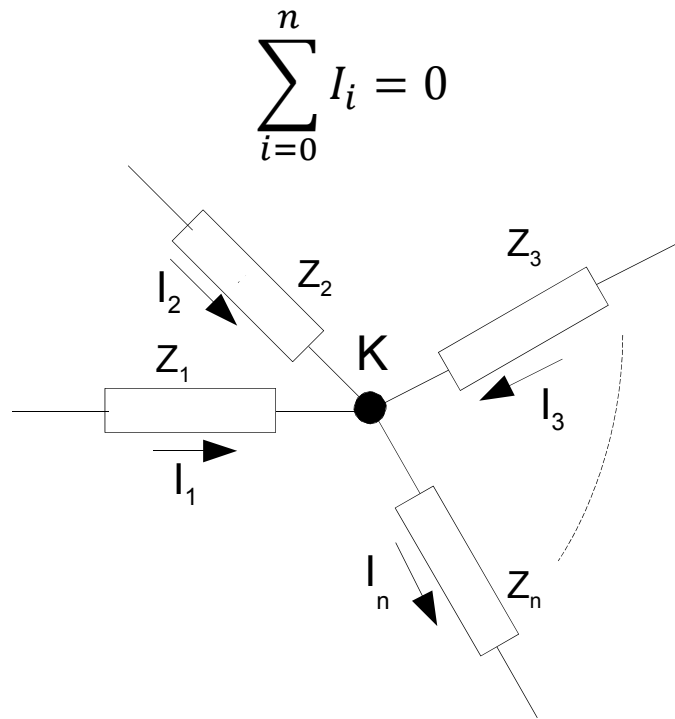
Όταν $Z_a = Z_b = Z_c = Z$:

$$Z_{ab} = Z_{bc} = Z_{ca} = 3 \times Z$$

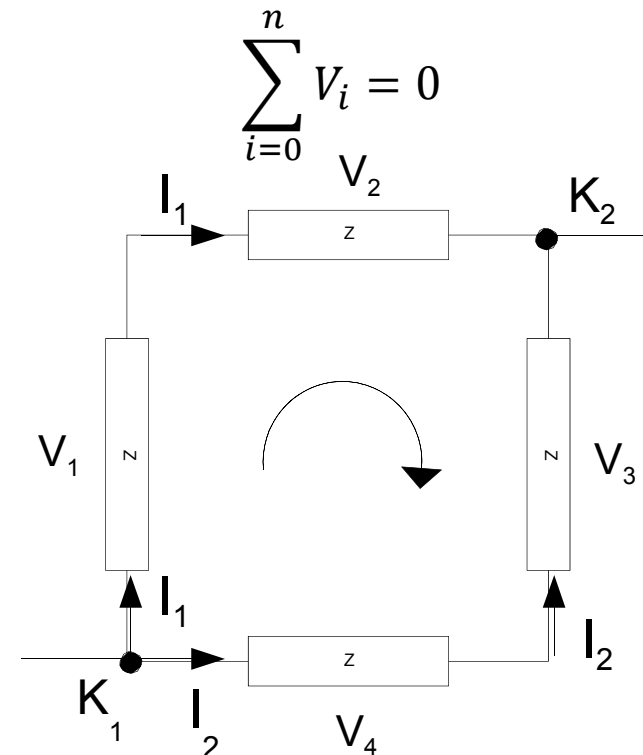
Νόμοι Kirchhoff

- Ισχύουν και στο εναλλασσόμενο ρεύμα
- Οι τάσεις V και οι εντάσεις I του κυκλώματος εκφράζονται με φασιθέτες

Νόμος **Ρευμάτων** Kirchhoff (NPK) Νόμος **Τάσεων** Kirchhoff (NPK)



$$I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = 0$$



$$V_1 + V_2 - V_3 - V_4 = 0$$

Ηλεκτρική ισχύς στην Η.Μ.Κ. (1/6)

Στιγμιαία καταναλισκόμενη ισχύ σε σύνθετη αντίσταση Z δίδεται από το γινόμενο της τάσης που εφαρμόζεται στα άκρα της $v(t)$ και του ρεύματος που τη διαρρέει $i(t)$: $p(t) = v(t) \times i(t)$

Στην περίπτωση ΗΜΚ για δεδομένη συχνότητα ω ισχύει:

$$v(t) = V_0 \times \cos(\omega \times t + \varphi_V) \text{ και}$$

$$i(t) = I_0 \times \cos(\omega \times t + \varphi_I)$$

$$\text{ή: } \hat{V} = V_0 \times e^{j \times \varphi_V} \text{ και } \hat{I} = I_0 \times e^{j \times \varphi_I} \text{ (με χρήση φασιθετών)}$$

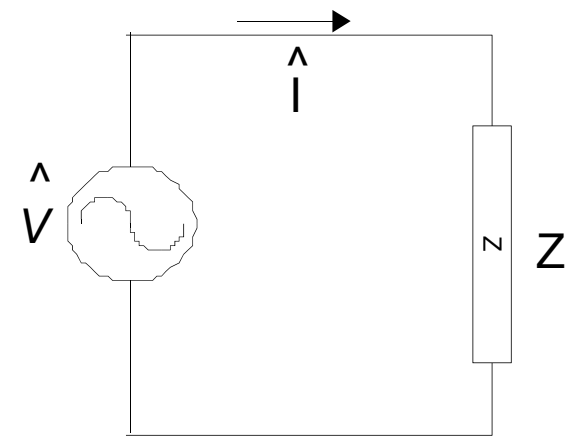
$$\text{Ορίζουμε ως } \mathbf{\text{μιγαδική ισχύ } S}: \hat{S} = \frac{1}{2} \times \hat{V} \times \hat{I}^*$$

όπου: \hat{I}^* ο συζυγής ρεύματος \hat{I}

$$\text{επομένως: } \hat{S} = \frac{1}{2} \times V_0 \times I_0 \times e^{j \times (\varphi_V - \varphi_I)}$$

$$\text{ή: } \hat{S} = \frac{1}{2} \times V_0 \times I_0 \times e^{j \times \varphi}$$

όπου $\varphi = \varphi_V - \varphi_I$ (γωνία μετατόπισης φάσης)



Ηλεκτρική ισχύς στην Η.Μ.Κ. (2/6)

- Κάνοντας χρήση του θεωρήματος Euler αποδεικνύεται ότι:

$$\hat{S} = \frac{1}{2} \times V_0 \times I_0 \times e^{j \times \varphi} = \frac{1}{2} \times V_0 \times I_0 \times \cos(\varphi) + j \times \frac{1}{2} \times V_0 \times I_0 \times \sin(\varphi) \text{ όπου } \varphi = \varphi_V - \varphi_I \text{ (γωνία μετατόπισης φάσης)}$$

- Ορίζουμε ως **πραγματική ή ενεργό ισχύ P**:

$$P = \frac{1}{2} \times V_0 \times I_0 \times \cos(\varphi)$$

Μονάδα μέτρησης: το Watt (W) και πολλαπλάσια/ υποπολλαπλάσια του

- Ορίζουμε ως **φανταστική ή άεργο ισχύ Q**:

$$Q = \frac{1}{2} \times V_0 \times I_0 \times \sin(\varphi)$$

Μονάδα μέτρησης: το **VAR** και πολλαπλάσια/ υποπολλαπλάσια του

- Ορίζουμε ως φαινόμενη ισχύ S:

$$S = |\hat{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Μονάδα μέτρησης: το **VA** και πολλαπλάσια/ υποπολλαπλάσια του

Ηλεκτρική ισχύς στην Η.Μ.Κ. (3/6)

Επομένως:

$$\hat{S} = P + j \times Q \quad \text{Μιγαδική ισχύς } S$$

$$S = |\hat{S}| = \frac{1}{2} \times V_0 \times I_0 = V_{\text{rms}} \times I_{\text{rms}} \quad \text{Φαινόμενη ισχύς } S \text{ (VA)}$$

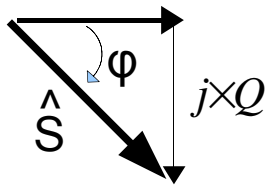
$$P = S \times \cos(\varphi) \quad \text{Πραγματική ή ενεργός ισχύς } P \text{ (Watt)}$$

$$Q = S \times \sin(\varphi) \quad \text{Φανταστική ή άεργος ισχύς } Q \text{ (VAR)}$$

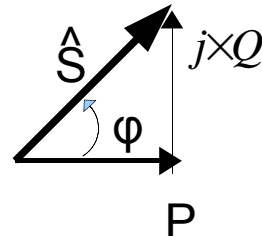
$$\text{όπου } \varphi = \varphi_V - \varphi_I$$

Ορίζουμε ως συντελεστή ισχύος: $\mathbf{\Sigma I = \cos(\varphi) = \frac{P}{S}}$ διακρίνεται σε:

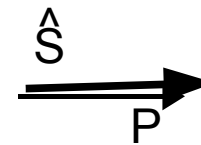
Χωρητικό όταν η άεργος ισχύς Q είναι αρνητική



Επαγωγικό όταν η άεργος ισχύς Q είναι θετική



Ωμικό όταν η άεργος ισχύς Q είναι μηδενική



Ηλεκτρική ισχύς στην Η.Μ.Κ. (4/6)

Έννοιες των P, Q και S σε ένα εναλλασσόμενο κύκλωμα

- **Πραγματική / ενεργός ισχύς P (Watt)**

- Η “χρήσιμη/ ωφέλιμη” ισχύ που παράγεται και καταναλώνεται σε ένα ηλεκτρικό δίκτυο
- Καταναλώνεται σε ωμικές αντιστάσεις R (για φωτισμό, θέρμανση κ.α.)
- Τα στοιχεία του πυκνωτή και του πηνίου ιδανικά δεν καταναλώνουν ενεργό ισχύ ($P_c = P_L = 0$)

Ηλεκτρική ισχύς στην Η.Μ.Κ. (5/6)

Έννοιες των P,Q και SI σε ένα εναλλασσόμενο κύκλωμα

- **Άεργος ισχύς Q (VAR)**

- Δεν αποδίδει “ωφέλιμο” έργο
- Εκφράζει την ισχύ που αποθηκεύεται και αποδίδεται ξανά στο ηλεκτρικό δίκτυο από τα στοιχεία των πηνίων/πυκνωτών που υπάρχουν σε αυτό
- Παράγεται στο κύκλωμα από πυκνωτές και καταναλώνεται από πηνία
- “Ζητείται” κυρίως από τους ηλεκτρικούς κινητήρες του δικτύου για την παραγωγή κίνησης

Ηλεκτρική ισχύς στην Η.Μ.Κ. (6/6)

Έννοιες των P,Q και ΣΙ σε ένα εναλλασσόμενο κύκλωμα

- **Συντελεστής ισχύος $\cos(\phi)$**

- Χρησιμοποιείται ως μέτρο ελέγχου του ποσοστού άεργου ισχύος σε σχέση με την ενεργό ισχύ που κυκλοφορεί στο ηλεκτρικό δίκτυο
- Για την ικανοποιητική λειτουργία ενός ηλεκτρικού δικτύου, ο Σ.Ι. πρέπει να είναι ισχύει: $-0.8 < \Sigma.Ι. < 0.8$

Μεθοδολογία επίλυσης κυκλώματος στην Η.Μ.Κ. (1/2)

- Με δεδομένο ότι όλες οι πηγές (τάσης/έντασης) του κυκλώματος αποτελούν ημιτονοειδείς συναρτήσεις του χρόνου t της μορφής: $A \sin(\omega t + \phi)$ ή $A \cos(\omega t + \phi)$ **προσδιορίζουμε την κυκλική συχνότητα λειτουργίας ω** του εν λόγω κυκλώματος από τα δεδομένα που αφορούν τις πηγές τάσης/ρεύματος
- **Αντικαθιστούμε** τις πηγές που έχουν τη μορφή:
 $A_0 \times \cos(\omega t + \phi)$ με πηγές “συνεχούς” ρεύματος με τιμή ίση με το φασιθέτη: $A_0 \times e^{j \times \phi}$
Στην περίπτωση όπου οι πηγές έχουν τη μορφή:
 $A_0 \times \sin(\omega t + \phi)$ τις αντικαθιστούμε με πηγές “συνεχούς” ρεύματος με τιμή ίση: $A_0 \times e^{j \times (\phi - \frac{\pi}{2})}$

Μεθοδολογία επίλυσης κυκλώματος στην Η.Μ.Κ. (2/2)

- **Αντικαθιστούμε** κάθε στοιχείο πυκνωτή με χωρητικότητα C με σύνθετη αντίσταση πυκνωτή Z_C ίση με: $Z_C = \frac{1}{j \times \omega \times C}$
- **Αντικαθιστούμε** κάθε στοιχείο πηνίου με αυτεπαγωγή L με σύνθετη αντίσταση πηνίου Z_L ίση με: $Z_L = j \times \omega \times L$
- **Εφαρμόζουμε** τους γνωστούς νόμους για την επίλυση του κυκλώματος που έχει προκύψει από τα παραπάνω βήματα

Τέλος Ενότητας



Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



Σημειώματα

Σημείωμα Αναφοράς

Copyright Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Αθήνας, Δ.Ν. Παγώνης 2014.
Δ.Ν. Παγώνης. «Ηλεκτροτεχνία – Ηλ. Μηχανές & Εγκαταστάσεις πλοίου (Θ).
Ενότητα 5: Εναλλασσόμενα κυκλώματα μόνιμης κατάστασης». Έκδοση: 1.0.
Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: ocp.teiath.gr.

Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό. Οι όροι χρήσης των έργων τρίτων επεξηγούνται στη διαφάνεια «Επεξήγηση όρων χρήσης έργων τρίτων».

Τα έργα για τα οποία έχει ζητηθεί άδεια αναφέρονται στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

Επεξήγηση όρων χρήσης έργων τρίτων

© Δεν επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου, παρά μόνο εάν ζητηθεί εκ νέου άδεια από το δημιουργό.

διαθέσιμο με άδεια CC-BY	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου και η δημιουργία παραγώγων αυτού με απλή αναφορά του δημιουργού.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-SA	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού, και διάθεση του έργου ή του παράγωγου αυτού με την ίδια άδεια.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-ND	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού. Δεν επιτρέπεται η δημιουργία παραγώγων του έργου.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-NC	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού. Δεν επιτρέπεται η εμπορική χρήση του έργου.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-NC-SA	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού και διάθεση του έργου ή του παράγωγου αυτού με την ίδια άδεια. Δεν επιτρέπεται η εμπορική χρήση του έργου.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-NC-ND	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού. Δεν επιτρέπεται η εμπορική χρήση του έργου και η δημιουργία παραγώγων του.
διαθέσιμο με άδεια CC0 Public Domain	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου, η δημιουργία παραγώγων αυτού και η εμπορική του χρήση, χωρίς αναφορά του δημιουργού.
διαθέσιμο ως κοινό κτήμα	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου, η δημιουργία παραγώγων αυτού και η εμπορική του χρήση, χωρίς αναφορά του δημιουργού.
χωρίς σήμανση	Συνήθως δεν επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου.

Διατήρηση Σημειωμάτων

Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:

- το Σημείωμα Αναφοράς
- το Σημείωμα Αδειοδότησης
- τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει)

μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στο πλαίσιο του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Αθήνας**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο την αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

