Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα

Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Αθήνας

Ναυπηγικό σχέδιο και αρχές casd (Ε)

Ενότητα 5.1: Προσεγγιστικές μέθοδοι υπολογισμού επιφανειών

Γεώργιος Κ. Χατζηκωνσταντής Επίκουρος Καθηγητής

Διπλ. Ναυπηγός Μηχανολόγος Μηχανικός

M.Sc. ''Διασφάλιση Ποιότητας'', Τμήμα Ναυπηγικών Μηχανικών ΤΕ

Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

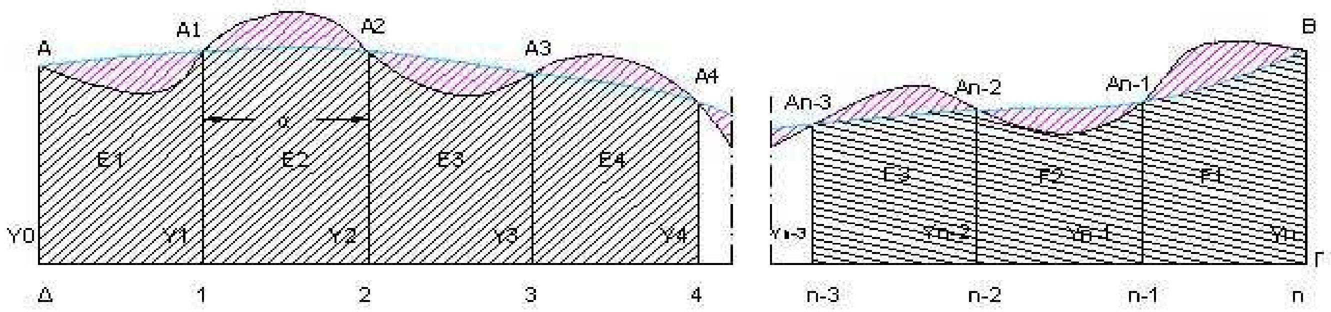
ΜΕΘΟΔΟΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΥ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ

Γενικά:

Συχνά στους ναυπηγικούς υπολογισμούς παρουσιάζεται η ανάγκη της εύρεσης του εμβαδού μιας επιφάνειας (νομέα, παρισάλου κ.τ.λ).Δεδομένου όμως ότι οι ναυπηγικές γραμμές του σκάφους, οι οποίες περικλείουν τις παραπάνω επιφάνειες, δεν εκφράζονται πάντοτε «μαθηματικά» δηλαδή δεν έχουν γνωστή μαθηματική εξίσωση, το εμβαδόν τους, δεν είναι δυνατόν να ευρεθεί με την εφαρμογή μαθηματικών τύπων όπως π.χ στην περίπτωση εύρεσης του εμβαδού του κύκλου κ.τ.λ. Στις περιπτώσεις αυτές χρησιμοποιούνται διάφοροι γραφικό-υπολογιστικές μέθοδοι οι οποίες δίνουν με ικανοποιητική προσέγγιση την τιμή του εμβαδού κάποιας επιφάνειας. Μερικές από αυτές αναφέρονται παρακάτω:

1.Γαλλική μέθοδος ή μέθοδος του BEZOUT ή των τραπεζίων:

Σύμφωνα με αυτή τη μέθοδο γίνεται παραδεκτό ότι, οι καμπύλες γραμμές μεταξύ δύο διαδοχικών τεταγμένων είναι ευθύγραμμα τμήματα. Σχ.1



Σχ. 1

Έστω ότι πρόκειται να υπολογίσουμε το εμβαδόν του σχήματος (1) ΑΒΓΔ , το οποίο περικλείεται από το ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ το οποίο ονομάζεται βάση, τις καθέτους προς αυτό ΑΔ και ΒΓ οι οποίες ονομάζονται τεταγμένες και από την καμπύλη επί της οποίας βρίσκονται τα σημεία A , A_1 , A_2 , A_3 ,A_4 …A_{n-3} ,A_{n-2} , A_{n-1} και Β.

Διαιρούμε το ευθύγραμμο τμήμα ΓΔ σε n ίσα τμήματα .Επί των σημείων υποδιαίρεσης του ΓΔ 0,1,2,3,4…n-3, n-2, n-1 και n ,χαράσσονται οι αντίστοιχες τεταγμένες $Y_0,Y_1,Y_2,Y_3,Y_4\dots Y_{n-3}, Y_{n-2}, Y_{n-1},Y_n$.

Θεωρώντας ότι τα τόξα AA_1 , A_1A_2 …$A_{n-1}B$ συμπίπτουν με τα ευθύγραμμα τμήματα AA_1, A_1A_2 …A_{n-1} B, δημιουργείται ένας αριθμός τραπεζοειδών σχημάτων, των οποίων υπολογίζουμε τις επιφάνειες κατά τα γνωστά δηλαδή:

$E_1=\alpha(Y_0+Y_1)/2$,$E_2=\alpha(Y_1+Y_2)/2$,$E_3=\alpha(Y_2+Y_3)/2$,$E_4=\alpha(Y_3+Y_4)/2$, … , $F_3=\alpha(Y_{n-3}+Y_{n-2})/2$ $F_2=\alpha(Y_{n-2}+Y_{n-1})/2$,$F_1=\alpha(Y_{n-1}+Y_n)/2$

Προσθέτοντας τα εμβαδά των τραπεζίων αυτών έχουμε:

$$(AB\Gamma\Delta)=E_1+E_2+E_3+E_4+\dots+F_3+F_2+F_1=$$

$$=\alpha (Y_0+Y_1)/2 + \alpha(Y_1+Y_2)/2 + \alpha(Y_2+Y_3)/2+ \alpha(Y_3+Y_4)/2 +\alpha(Y_4+\dots)/2+$$

$$+\alpha(\dots+Y_{n-3})/2+\alpha(Y_{n-3}+Y_{n-2})/2+\alpha(Y_{n-2}+Y_{n-1})/2+\alpha(Y_{n-1}+Y_n)/2$$

$$\Rightarrow(AB\Gamma\Delta)=\alpha/2[Y_0+Y_1+Y_1+Y_2+Y_2+Y_3+Y_3+Y_4+Y_4+..+Y_{n-3}+Y_{n-3}+Y_{n-2}+Y_{n-2}+Y_{n-1}+Y_{n-1}+Y_n]$$

$$\Rightarrow(AB\Gamma\Delta)=\alpha [1/2(Y_0+2Y_1+2Y_3+2Y_4+2Y_{n-3} +2Y_{n-2} +2Y_{n-1} +Y_n)]$$

$$\Rightarrow(AB\Gamma\Delta)=\alpha [Y_0/2+2Y_1/2+2Y_2/2+2Y_3/2+2Y_4/2+2Y_{n-3}/2+2Y_{n-2}/2+2Y_{n-1}/2+Y_n/2]$$

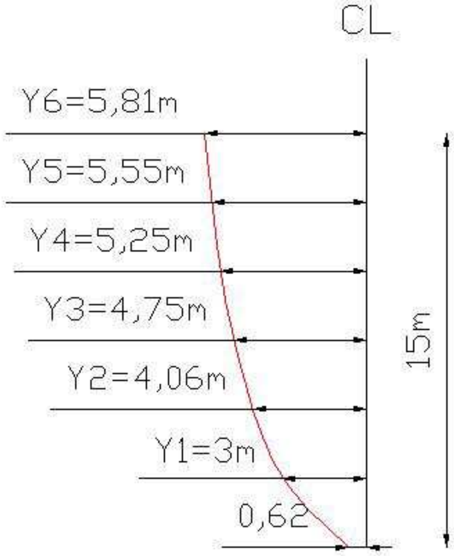
$$\Rightarrow(AB\Gamma\Delta)=\alpha[Y_0/2+Y_1+Y_2+Y_3+Y_4+Y_{n-3}+Y_{n-2}+ Y_{n-1}+Y_n/2]$$

$$\Rightarrow(AB\Gamma\Delta)=\alpha [1/2(Y_0+Y_n) +Y_1+Y_2+Y_3+Y_4+Y_{n-3}+Y_{n-2}+Y_{n-1}]$$

Σύμφωνα με τον ορισμό του κανόνα ,λαμβάνεται το πρώτο και το τελευταίο πλάτος κατά το ήμισυ, τα δε ενδιάμεσα στο ακέραιο και το συνολικό άθροισμα πολλαπλασιάζεται επί την απόσταση α.

Εφαρμογή 1.

Η εγκάρσια φρακτή ενός σκάφους έχει ολικό ύψος 15m, τα δε ημιπλάτη της μετρηθέντα από πάνω προς τα κάτω σε απόσταση 2,5m μεταξύ τους είναι 5,81m , 5,55 m , 5,25m , 4,75m , 4,06m , 3m , 0,62m .Ποιο είναι το εμβαδόν της εγκάρσιας φρακτής;



Εγκάρσια Φρακτή

ΛΥΣΗ

Δεδομένου ότι η φρακτή είναι συμμετρική ως προς τη CENTER LINE έχω:

$E=2\alpha\,[Y_6/2 + Y_5 + Y_4 + Y_3 + Y_2 + Y_1 + Y_0/2] \Rightarrow$

$E=2*2,5[5,81/2+5,55+5,25+4,75+4,06+3+0,62/2] \Rightarrow$

$E=5*25,825 \Rightarrow$

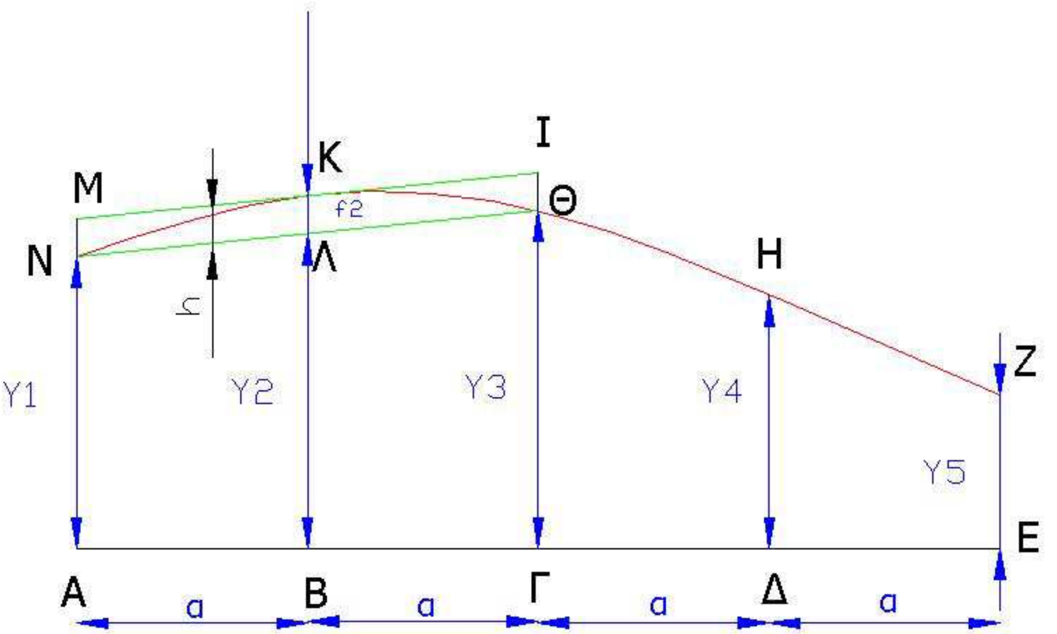
$E=129,125m^2$

Ο κανόνας του τραπεζοειδούς ισχύει για οσοδήποτε αριθμό ισοδιαιρέσεων και ανεξάρτητα του άρτιου ή περιττού αριθμού αυτών. Η ακρίβεια είναι τόσο μεγαλύτερη όσο μικρότερη είναι η ισαπόσταση των τεταγμένων καθώς επίσης και όσο πιο ελαφρά είναι η καμπύλη που ενώνει τις τεταγμένες. Το εμβαδόν είναι κατά κανόνα πάντοτε μικρότερο του πραγματικού ,αφού ο τύπος του τραπεζίου θεωρεί σαν ευθεία το τμήμα μεταξύ δύο τεταγμένων της κυρτής καμπύλης.

ΠΡΩΤΟΣ ΚΑΝΟΝΑΣ ΤΟΥ SIMPSON Ή ΜΕΘΟΔΟΣ ΤΩΝ ΠΑΡΑΒΟΛΩΝ

Σύμφωνα με αυτόν τον κανόνα, το μήκος της επιφάνειας διαιρείται σε άρτιο (ζυγό) αριθμό ίσων μερών ώστε να προκύπτει περιττός (μονός) αριθμός για τα ημιπλάτη ή πλάτη ή τις τεταγμένες.

Ο 1^{ος}.κανόνας του **SIMPSON** προϋποθέτει ότι το τμήμα που βρίσκεται μεταξύ δύο τεταγμένων και της καμπύλης που ορίζει το σχήμα ,είναι μια παραβολή δευτέρου βαθμού, της οποίας ως γνωστών το εμβαδόν είναι ίσο με τα 2/3 του περιγεγραμμένου σ΄αυτήν ορθογωνίου.Σχ.2



Έστω ότι θέλουμε να υπολογίσουμε το εμβαδόν της επιφάνειας ΑΝΖΕΑ του σχήματος 2.Θεωρούμε ότι η ΑΝΖΕΑ διαιρείται σε δύο τμήματα στο F_1=ΑΝΚΘΓΒΑ και στο F_2 =ΓΘΗΖΕΔΓ. Η επιφάνεια F_1 αποτελείται από το τραπέζιο ΑΝΘΓ του οποίου το εμβαδόν είναι :

$f_1=2\ \alpha\ [(Y_1+Y_3)/2]$ και από το παραβολοειδές τμήμα ΝΚΘΛΝ του οποίου το εμβαδόν είναι τα 2/3 του εμβαδού f_2 του περιγεγραμμένου παραλληλόγραμμου ΝΜΙΘ που έχει ύψος h=ΚΛ, ή $h= Y_2-[(Y_1+Y_3)/2]$ (1).

Απόδειξη της σχέσης 1

Από το σχήμα 2 έχω :

(1) $h=AM-Y_1$

(2) $h=BK-Y_2$

(3) $h=ΓΙ-Y3$

Από (1),(2),(3)$\Rightarrow h=AM-Y_1=BK-Y_2=ΓΙ-Y_3$

Από τις σχέσεις (1),(2)$\Rightarrow$ $AM-Y_1=BK-Y_2=h \Rightarrow Y_2-Y_1=BK-AM=h$ (4)

Από τις σχέσείς (2),(3)$\Rightarrow$ $BK-Y_2=ΓΙ-Y_3=h \Rightarrow Y_2-Y_3=ΓΙ-BK=h$ (5)

Από τις σχέσεις (4),(5) $Y_{2-}Y_1=h$ (i) , $Y_2-Y_3=h$ (ii)

(i)+(ii)$\Rightarrow Y_2+Y_2-Y_1-Y_3=2h \Rightarrow 2Y_2-Y_1-Y_3=2h \Rightarrow h=(2Y_2/2)-[(Y_1-Y_3)/2] \Rightarrow h=Y_2-[(Y_1-Y_3)/2]$

Το εμβαδόν του παραβολοειδούς σχήματος f_2 θα είναι:

$f_2=2/3*2α\, h=4α/3\,[Y_2-(Y_1+Y_3)/2]$

Το εμβαδόν $F1=f_1+f_2$ άρα

$F_1= f_1+f_2 = 2α\,[(Y_1+Y_3)/2] + 4α/3\,[Y_2-(Y_1+Y_3)/2] =$

$= 2α\,[\mathbf{(Y_1+Y_3)/2}] + [4α/3(Y_2)]-[4α/3\,\mathbf{(Y_1+Y_3)/2}]=$

$= [(Y_1+Y_3)/2]\,[2α-4α/3] +4α/3\,(Y_2) =$

$= [(Y_1+Y_3)/2]\,[(6α - 4α)/3] + 4α/3(Y_2)=$

$= [(Y_1+Y_3)/2]\,(2α/3) + 4α/3(Y_2) = [(Y_1+Y_3)/2]\,(2α/3) + (2α/3)\,(Y_2) + (2α/3)\,(Y_2)=$

$= α/3[[2(Y_1+Y_3)/2] + 2Y_2 +2Y_2]= α/3[Y_1+Y_3+4Y_2]= α/3[Y_1+4Y_2+Y_3]$

Με την ίδια μέθοδο υπολογίζουμε και το εμβαδόν $F_2=ΓΘΗΖΕΔΓ=α/3\,[Y_3+4Y_4+Y_5]$

και επομένως το εμβαδόν F είναι : $F=F_1+F_2= [α/3\,(Y_1+4Y_2+Y_3)]+[α/3(Y_3+4Y_4+Y_5)]=$

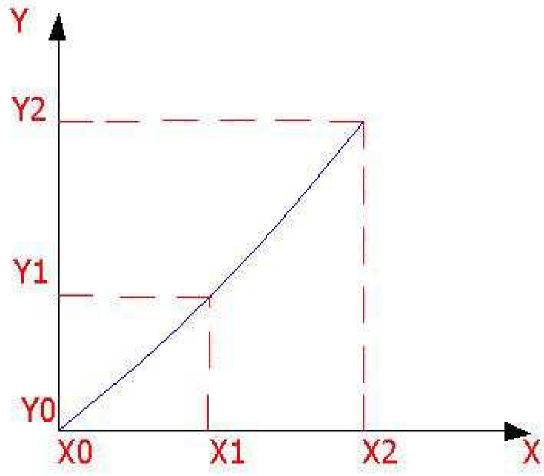
$=α/3[Y_1+4Y_2+Y_3+Y_3+4Y_4+Y_5]=α/3[Y_1+4Y_2+2Y_3+4Y_4+Y_5]$

Ο 1[ος] κανόνας του **SIMPSON** δίνει τα ακριβέστερα δυνατά αποτελέσματα και έχει ως εκ τούτου ευρύτατη εφαρμογή στους ναυπηγικούς υπολογισμούς.

Για την εφαρμογή του 1[ου] κανόνα του Σίμψωνα δεν έχει σημασία εάν η καμπύλη είναι κυρτή (προς τα έξω) ή κοίλη (προς τα μέσα) αρκεί μόνο το τμήμα που βρίσκεται μεταξύ δυο τεταγμένων αυτής να είναι κυρτό ή κοίλο και όχι να ακολουθεί εναλλασσόμενη πορεία οπότε παύει να ισχύει η εκδοχή ότι η καμπύλη είναι τμήμα μιας παραβολής δευτέρου βαθμού.

Μερικές φορές στα απότομα καμπυλούμενα τμήματα , όπως τα άκρα των ίσαλων και των νομέων, συνιστάται για μεγαλύτερη ακρίβεια να χαράσσονται και ενδιάμεσες τεταγμένες σε ισαποστάσεις. Σ΄αυτήν την περίπτωση χρειάζεται προσοχή στον υπολογισμό των συντελεστών.

2ος τρόπος απόδειξης των συντελεστών του κανόνα του Σίμψωνα



Για $y=x^2$

α) $\int_{X0}^{X2} y(x)\,dx = \int_{X0}^{X2} x^2\,dx = [x^3/3]_{x0}^{x2} = [(x_2)^3/3] - [0^3/3] = (x_2)^3/3$ (1)

β) $x_1/3\,(Y_0+4Y_1+Y_2) = 1/3\,x_1\,[4(x_1)^2 + (x_2)^2]$

θέτω $x_1 = x_2/2$

$1/3\,x_2/2\,[\,4(x_2/2)^2 + x_2^2] = x_2/6\,[4\,(x_2^2/4) + x_2^2] = x_2/6\,(x_2^2 + x_2^2) = x_2/6\;2x_2^2 = x_2^3/3$ (2)

άρα απο τις (1) και (2) προκύπτει:

$$\int_{X0}^{X2} y(x)\,dx = 1/3\,x_1(Y_0 + 4Y_1\;Y_2)$$

Εφαρμογή 2. Να βρεθεί το εμβαδόν της εγκάρσιας φρακτής της εφαρμογής 1 , κάνοντας χρήση του 1ου κανόνα του **SIMPSON** .

Α/Α	Ημιπλάτος	Συντ. Σιμψ.	Γινόμενο
1	0,62	1	0,62
2	3	4	12,00
3	4,06	2	8,12
4	4,75	4	19,00
5	5,25	2	10,50
6	5,55	4	22,20
7	5,81	1	5,81
		Άθροισμα γινομένου (Σ1)	**78,25**

Ισαπόσταση = 2,5m Επιφάνεια φρακτής κατά το ήμισυ: Ε=1/3 x 2,5 x 78,25 = 65,21 m^2

Επιφάνεια ολόκληρης της φρακτής = 2 x 65,21=130,42 m^2

Εφαρμογή 3

Να βρεθεί το εμβαδόν της ισάλου επιφανείας Νο 4 του σχεδίου μελέτης της οποίας τα πλάτη , των υποδιαιρέσεων του πρυμναίου τμήματος , των θ. νομέων και των υποδιαιρέσεων του πρωραίου τμήματος είναι :

Πλάτη υποδιαιρέσεων πρυμναίου τμήματος (Δ=0m , Γ = 6,1824m, Β=9,0804m , Α=11,109m).
Πλάτη θ νομέων (1= 12,529m , 2= 14,555m , 3= 14,49m , 4= 14,149m 5=14,49m , 6=14,49m , 7=14,49m , 8= 14,388m , 9= 11,553 m).
Πλάτη υποδιαιρέσεων πρωραίου τμήματος (Κ=8,887m , Λ=5,119m , Μ=0m).
Ισαπόσταση υποδιαιρέσεων πρυμναίου τμήματος =3,64m
Ισαπόσταση θ.νομέων (h) = 10 m .
Ισαπόσταη υποδιαιρέσεων πρωραίου τμήματος =3,57m.

ΛΥΣΗ

Διαιρούμε το όλον εμβαδόν σε τρία τμήματα από τον FR.Δ έως τον FR .1 ,από τον FR.1 έως τον FR.9 και από τονFR.9 έως τον FR.M

Επομένως έχουμε :

E_1=1/3 h_1[(Δ) +4(Γ) + 2(Β) + 4 (Α) + (1)]

E_2 = 1/3 h[(1)+ 4 (2) + 2(3) +…+ 4(8) + (9)]   (1)

E_3=3/8 h2 [(9)+ 3(K)+3(Λ) +(M)]

$h_{1\ ΠΜ}$ = 3, 29 x 1,105 = 3,64m

h = 9, 05 x 1,105 = 10m

$h_{2\ ΠΡ}$ = 3, 23 x 1,105 = 3,57m

h_1/h = 3,64 / 10 $\Rightarrow h_1$ = 0,364h

h_2/h = 3,57 /10$\Rightarrow h_2$ = 0,357h

Σημείωση

Η διάσταση 9,05 είναι η ισαπόσταση των θ.νομέων του σχεδίου βάσης .

Το 1,105 είναι ο συντελεστής μετατροπής της κλίμακας μηκών που προέκυψε από :

Μ/Σ= [ισαπόσταση θ. νομέων του υπό μελέτη σκάφους] / [ισαπόσταση θ.νομέων σχεδίου βάσης] = 10/9,05 = 1,105 επομένως οι τύποι (1) γίνονται :

E_1= 1/3 x 0,364 h x [(Δ) + 4 (Γ) + 2 (Β) + 4(Α) + 1]

E_2= 1/3x h x [(1) + 4(2) + 2(3) + …+4(8) + (9)]   (2)

E_3 =3/8 x 0,357 h x [(9) + 3(K) + 3(Λ) + (M)]

Επειδή : 3/8 x 0,357 h = 9/8 x 0,357 x h/3= 0,402 h/3

Άρα οι τύποι (2) γίνονται :

E_1 =1/3 x h x [0,364 (Δ) +1,456 (Γ) + 0,728(Β) + 1,456(Α) +0,364(1)]

E_2 = 1/3 x h x [(1) + 4(2) +2(3) +…+4(8) +(9)]

E_3 = 1/3 x h x [0,402(9) +1,206(Κ) + 1,206(Λ) + 0,402(Μ)]

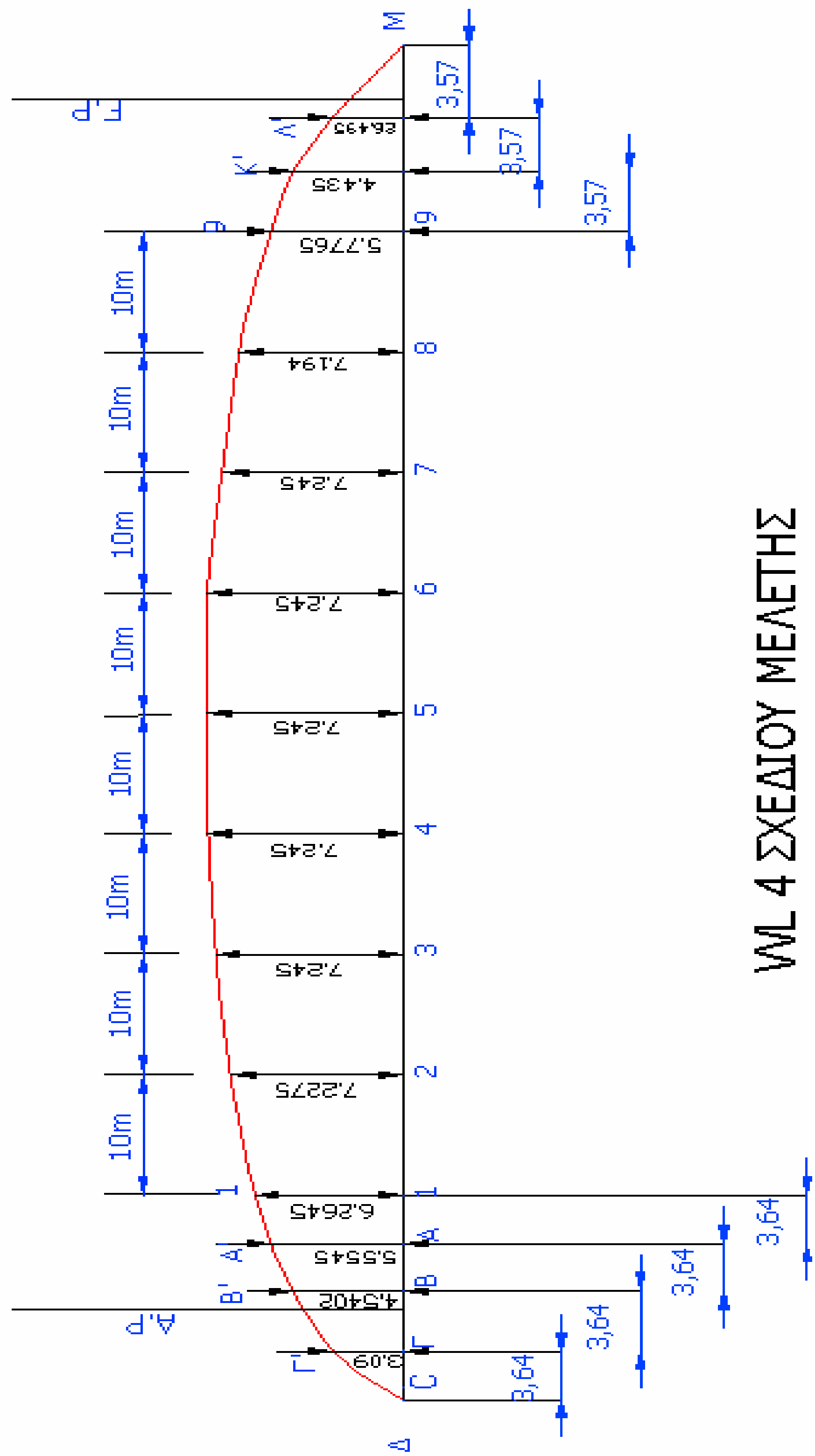
Από τους παραπάνω τύπους βγαίνουν οι συντελεστές για κάθε τεταγμένη της ισάλου.

<u>Σημείωση</u>

i) Τα πλάτη των υποδιαιρέσεων του πρυμναίου τμήματος (Δ, Γ, Β και Α) καθώς επίσης και τα πλάτη των υποδιαιρέσεων του πρωραίου τμήματος (Κ, Λ και Μ), υπολογίστηκαν μετά τη διαίρεση της ισάλου N^o 4 στα τρία τμήματα , από τον FRΔ έως τον FR1 , από τον FR 1 έως τον FR 9 και από τον FR 9 έως το FRM.

ii) Οι αριθμοί που βρίσκονται μέσα στις παρενθέσεις συμβολίζουν την τιμή της κάθε τεταγμένης.

Ισαπόσταση Θ. Νομέων Σχεδίου Μελέτης = Ισαπόσταση Θ.Νομέων Σχεδίου Βάσης Χ Συντελεστή Μετατροπής της Κλίμακος Μηκών. Δηλαδή: $H_{FR.ΣΧ.ΜΕΛΕΤΗΣ}=9.05x1.105=10m$



WL 4 ΣΧΕΔΙΟΥ ΜΕΛΕΤΗΣ

Α/Α	*ΠΛΑΤΟΣ ΝΟΜΕΑ Σχ. Βάσης*	*Συντ. Κλίμακας πλατών*	*ΠΛΑΤΟΣ ΝΟΜΕΑ ΣΧΕΣΙΟΥ ΜΕΛΕΤΗΣ*	*ΣΥΝΤ. ΣΥΜΨ*	*ΓΙΝΟΜΕΝΑ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ*
Δ	0	0,966	0	0,364	0
Γ	6,4	0,966	6,1824	1,456	9,002
Β	9,4	0,966	9,0804	0,728	6,611
Α	11,5	0,966	11,109	1,456	16,175
1	12,97	0,966	12,529	1,364	17,09
2	14964	0,966	14,455	4	57,821
3	15	0,966	14,49	2	28,98
4	15	0,966	14,49	4	57,96
5	15	0,966	14,49	2	28,98
6	15	0,966	14,49	4	57,96
7	15	0,966	14,49	2	28,98
8	14,894	0,966	14,388	4	57,55
9	11960	0,966	11,553	1,402	16,1977
Κ	91997	0,966	8,887	1,206	10,718
Λ	52991	0,966	5,119	1,206	6,1745
Μ	0	0,966	0	0,402	0
				$Σ_1$=	**400,198**

h=10m

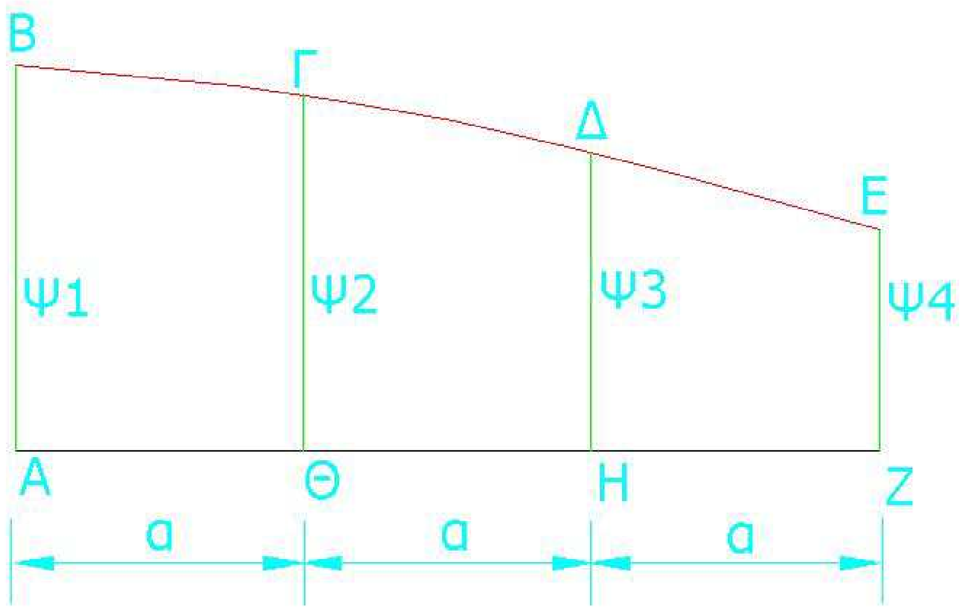
$$E = \frac{1}{3} \text{ x h x } Σ1 = \frac{1}{3} \text{ x } 10 \text{ x } 400{,}198 \Rightarrow$$

E =**1333,9927m**^{2}

ΔΕΥΤΕΡΟΣ ΚΑΝΟΝΑΣ ΤΟΥ SIMPSON ή των 3/8

Σύμφωνα με τον δεύτερο κανόνα του **SIMPSON** η επιφάνεια διαιρείται συνολικά σε τμήματα πολλαπλάσια του 3 (σχήμα 3).
Η μέθοδος αυτή χρησιμοποιείται , κυρίως , στην περίπτωση , κατά την οποία η επιφάνεια διαιρείται σε τρία ίσα μέρη ή πολλαπλάσια του 3 τότε θα έχουμε :
$3/8α\ (Y_0+ 3Y_1 + 3Y_2+ Y_3)$
Η σχέση αυτή ισχύει με την προϋπόθεση ότι η ορίζουσα καμπύλη είναι μια παραβολή τρίτου βαθμού.

Εφαρμογή : 4



Σχήμα 3

Α/Α	Τιμή(m) Τεταγμένης	Συντελ. Σίμψωνα	Γινόμενο Εμβαδού
1	4	1	4
2	3,5	3	10,5
3	3	3	9
4	2,5	1	2,5
		Σ_1=	**26**

$E=\frac{3}{8}\alpha\,(Y_1+3Y_2+3Y_3+Y_4) \Rightarrow \frac{3}{8}\,.\,1{,}5\,.\,26 \Rightarrow E=\mathbf{14{,}625\ m^2}$

Όταν έχουμε διαιρεμένη τη βάση σε πολλαπλάσια του 3 π.χ. 9 ίσα μέρη τότε οι συντελεστές του δεύτερου κανόνα του **SIMPSON** γίνονται :

1	3	3	1						
			1	3	3	1			
						1	3	3	1

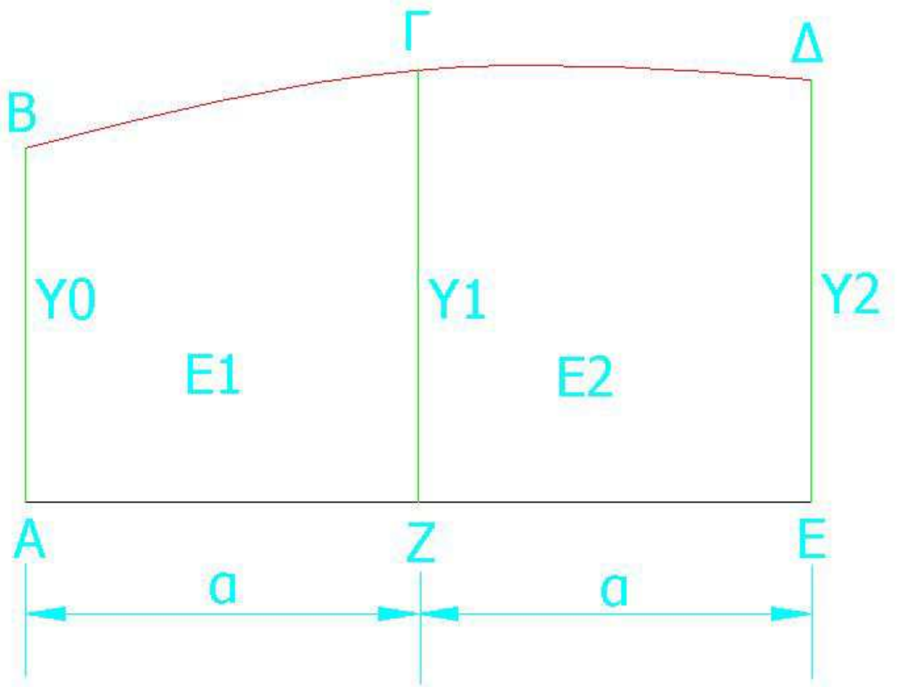
Συνεπώς $E=\frac{3}{8}\,.\,\alpha.\,(Y_1+3Y_2+3Y_3+2Y_4+3Y_5+3Y_6+2Y_7+3Y_8+3Y_9+Y_{10})$

ΤΡΙΤΟΣ ΚΑΝΟΝΑΣ ΤΟΥ **SIMPSON**

Ο τρίτος κανόνας του **SIMPSON** μας δίνει την δυνατότητα να βρούμε κατά προσέγγιση το εμβαδόν της επιφανείας , με την διαίρεση της σε δυο ίσα μέρη (σχ.4)

Ο τρίτος κανόνας χρησιμοποιείται συνήθως για την εύκολη και ταχεία εύρεση του αποτελέσματος, όταν δεν ενδιαφερόμαστε για απόλυτη ακρίβεια.

$\frac{\alpha}{12}(5Y_0+8Y_1-Y_2)$ «τρίτος κανόνας του **SIMPSON**»



Σχήμα 4

Εφαρμογή : 5

Η απόσταση α του σχ. 4 είναι ίση με 4,5 m και Y_0=2,00m Y_1=2,5m και Y_2=2,4m. Ζητείται το Εμβαδό του ΑΒΓΔΕΖΑ,

- Ε1 (ΑΒΓΖΑ)

Α/Α	Τιμή τεταγμένης	Συντελ. Συμψ.	
1	2	5	10
2	2,5	8	20
3	2,4	-1	-2,4
		Σ1=	27,6

$$E= \alpha \cdot \frac{1}{12}(5Y_0+8Y_1-Y_2) \Rightarrow E= \frac{4.5}{12} \cdot 27{,}6=10{,}35\ m^2$$

- E_2 =(ΓΔΕΖΓ)

Α/Α	Τιμή τεταγμένης	Συντελ. Συμψ.	
1	2,4	5	12
2	2,5	8	20
3	2	-1	-2
		Σ1=	**30**

$$E_2= \frac{\alpha}{12}\Sigma_1= \frac{4{,}5}{12} .30 =11{,}25\ m^2$$

Άρα $E_{(ΑΒΓΔΕΖΑ)}= E_1+E_2$=10,35+11,25=**21,6 m²**

Εφαρμογή 1[ου] Κανόνα

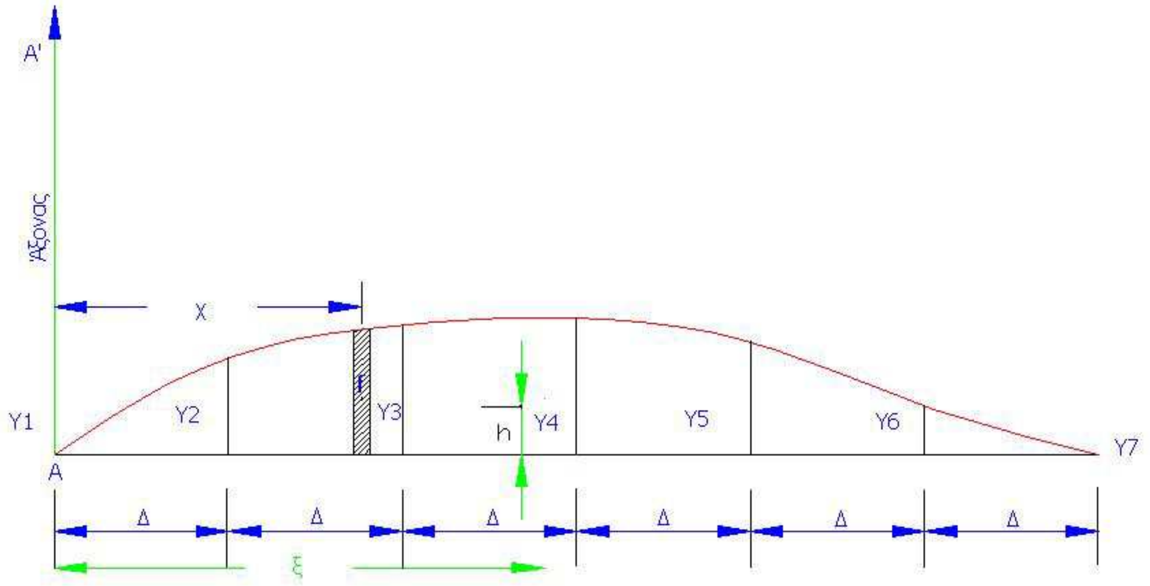
Α/Α	Τιμή τεταγμένης	Συντελ. Συμψ.	
1	2	1	2
2	2,5	4	10
3	2,4	1	2,4
		Σ1=	**14,4**

$$E=\frac{1}{3}*h*\Sigma 1=\frac{1}{3}*4{,}5*14{,}4=\mathbf{21{,}6m}^2$$

ΚΕΝΤΡΟ ΒΑΡΟΥΣ ΚΑΙ ΡΟΠΕΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ

Η απόσταση του κέντρου βάρους (center of Flotation) μιας επιφανείας από ένα ορισμένο άξονα βρίσκεται εάν διαιρεθεί η στατική ροπή (Μσ) της επιφανείας ως προς τον άξονα τούτο δια του εμβαδού της επιφάνειας (F).

Ως στατική ροπή της επιφάνειας , ως προς ένα άξονα , ορίζεται , το άθροισμα των γινομένων όλων των μερών που αποτελούν την επιφάνεια , επί την απόσταση του από τον άξονα τούτο.



Σχήμα 5

Εάν η επιφάνεια του Σχ.5 θεωρηθεί ότι διαιρείται σε πολλά απειροελάχιστα τμήματα f και η απόσταση κάθε ενός από αυτά από το y1 που διέρχεται ο κατακόρυφος άξονας ΑΑ΄ είναι x η στατική ροπή της επιφάνειας ως προς αυτόν τον άξονα θα ισούται με το άθροισμα όλων των f.x γινομένων .Και συνεπώς η απόσταση ξ ή Lcf του κέντρου βάρους της επιφάνειας αυτής από τον άξονα θα είναι :

$$\xi = \frac{\text{Στατική ροπή}}{\text{Εμβαδόν}} = \frac{\text{Άθροισμα των } f\text{x γινομένων}}{\text{Άθροισμα των } f} = \frac{M_\sigma}{F}\ (\text{m})$$

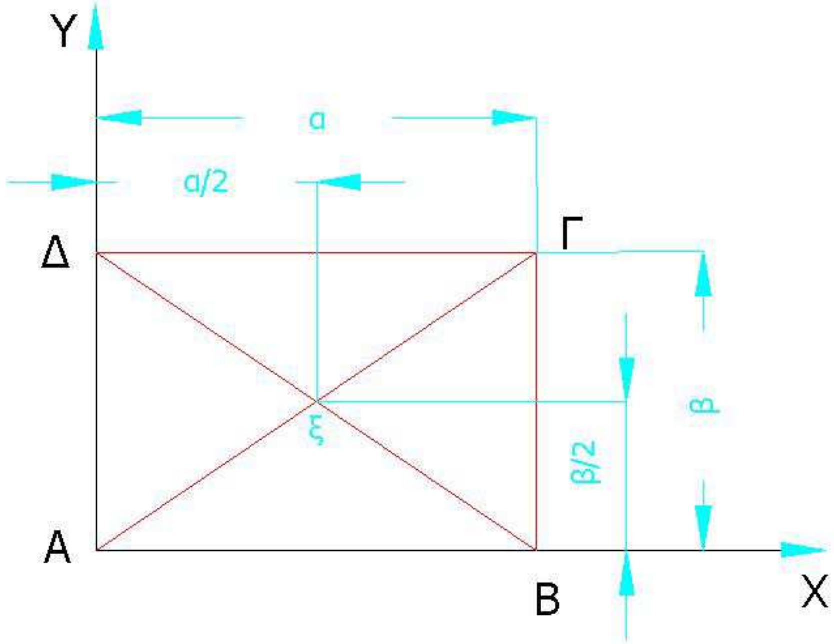
Και $M_\sigma = F.\xi\ (\text{m}^3)$

Με όμοιο τρόπο σχηματίζεται και η στατική ροπή ως προς τον οριζόντιο άξοναΥ$_1$-Υ$_7$ και βρίσκεται η αντίστοιχη απόσταση n του κέντρου βάρους της επιφάνειας από τον άξονα τούτον.

Είναι προφανές ότι η στατική ροπή M_σ μιας επιφανείας ως προς τους άξονες (κάθετο και οριζόντιο), οι οποίοι διέρχονται από το κέντρο του βάρους της επιφάνειας θα είναι μηδενική , αφού οι αποστάσεις ξ και n είναι τότε μηδενικές .
Άλωστε γνωρίσαμε από την Μηχανική ότι το κέντρο βάρους μιας επιφάνειας είναι το σημείο τομής των αξόνων ως προς τους οποίους η στατική ροπή (M_σ) είναι μηδέν.

Με βάση την παραπάνω αρχή υπολογίζεται η θέση του κέντρου βάρους των διαφόρων επιφανειών και ορίζεται η θέση αυτού ανάλογα με τις κύριες διαστάσεις στα γεωμετρικά κανονικά σχήματα. Βλέπε σχετικό πίνακα 1.

Η στατική ροπή βρίσκει εφαρμογή σε κάθε είδος που βρίσκεται στο χώρο , όπως οι επιφάνειες , οι όγκοι, οι μάζες κ.τ.λ., γιατί μπορούμε να φανταστούμε , ότι αυτές αποτελούνται από ένα σύνολο μικρών τμημάτων κάθε ένα από τα οποία αντιπροσωπεύεται από ένα διάνυσμα παράλληλο προς το επίπεδο ή τον άξονα αναφοράς των ροπών .



Σχήμα 6

Έτσι π.χ. το κέντρο βάρους ξ του σχήματος 6 του ορθογωνίου ΑΒΓΔ (του οποίου το εμβαδόν ως γνωστό ισούται με το γινόμενο των πλευρών του δηλ. α .β) έχει συντεταγμένες α/2 και β/2 επί των αξόνων χ και Y αντίστοιχα . Αυτό με την βοήθεια της θεωρίας των ροπών αποδεικνύεται ως εξής :

Η ροπή της επιφάνειας ΑΒΓΔ ως προς τον άξονα χ είναι ίση με το γινόμενο του εμβαδού της επιφάνειας , επί την απόσταση ξ από τον άξονα χ δηλαδή α . β. β/2 = ½ $\alpha\beta^2$.

Επίσης η ροπή της επιφάνειας ΑΒΓΔ ως προς τον άξονα Y
είναι α . β . α/2 =1/2 $\alpha^2\beta$.

Επομένως για να βρούμε τις συντεταγμένες (επί δύο αξόνων) του κέντρου βάρους μιας επιφάνειας , αρκεί να διαιρέσουμε την ροπή της επιφάνειας (ως προς τους δύο άξονες) δια του εμβαδού της επιφάνειας αυτής.

Έτσι για το ΑΒΓΔ του σχήματος 6 θα είναι :

$$X = \frac{\tfrac{1}{2}\,\alpha\,\beta^2}{\alpha\,.\beta} = \tfrac{1}{2}\,\beta$$

και

$$Y = \frac{\tfrac{1}{2}\,\alpha^2\beta}{\alpha\,.\beta} = \tfrac{1}{2}\,\alpha$$

Για τα μη κανονικά σχήματα , όπως οι ίσαλοι και οι νομείς του σκάφους , ο καθορισμός του κέντρου βάρους γίνεται αναλυτικά. Δηλαδή με τον υπολογισμό της στατικής ροπής και διαίρεσης αυτής δια του εμβαδού .
Βάση για αυτό τον υπολογισμό με χρησιμοποίηση του κανόνα του **SIMPSON**, παρέχει η προϋπόθεση ότι τα απειροελάχιστα τμήματα όπου διαιρέθηκε η επιφάνεια του σχήματος 5, θεωρούνται συγκεντρωμένα στις τεταγμένες (Y_1 έως Y_7 κ.λ.π.) , οι οποίες βρίσκονται πολύ κοντά μεταξύ τους, οπότε και η απόσταση των χ από τον κάθετο άξονα είναι κάθε φορά πολλαπλάσιο της ισαπόστασης Δ.

<u>Εφαρμογή : 6</u>

Να βρεθεί η απόσταση του κέντρου βάρους της ισάλου επιφάνειας WL 4 του σχεδίου μελέτης ως προς άξονα διερχόμενου από του μέσου νομέα της οποίας τα πλάτη των υποδιαιρέσεων του πρυμναίου τμήματος , των Θ. νομέων και των υποδιαιρέσεων του πρωραίου τμήματος , είναι :

<u>Πλάτη υποδιαιρέσεων πρυμναίου τμήματος</u> (Δ= 0 $_{M}$, Γ= 6,1824 $_{M,}$ Β= 9,0804$_{M}$, Α= 11,109 $_{M}$)

<u>Πλάτη Θ. νομέων</u> (1= 12,529$_{M}$, 2=14,455$_{M}$, 3=14,49$_{M}$, 4=14,49$_{M}$, 5= 14,49$_{M}$, 6=14,49$_{M}$, 7=14,49$_{M}$, 8=14,388$_{M}$, 9=11,553$_{M}$)

<u>Πλάτη υποδιαιρέσεων πρωραίου τμήματος</u> (Κ=8,887$_{M}$, Λ=5,119$_{M}$, και Μ=0$_{M}$)

Ισαπόσταση υποδιαιρέσεων πρυμναίου τμήματος =3,64$_{M}$

Ισαπόσταση Θ. νομέων (h) =10 $_{M}$
Ισαπόσταση υποδιαιρέσεων πρωραίου τμήματος = 3,57$_{M}$

Α/Α	ΠΛΑΤΟΣ ΝΟΜΕΑ ΣΧΕΔΙΟΥ ΜΕΛΕΤΗΣ	ΣΥΝΤ. ΣΙΜΨ.	ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΓΙΑ ΕΜΒΑΔΟ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ	ΜΟΧΛΟ ΒΡΑΧΙΟΝΕΣ	ΓΙΝΟΜΕΝΑ ΓΙΑ ΡΟΠΗ
Δ	0	0,364	0	-5,456	0
Γ	6,1824	1,456	9,002	-5,092	45,836
Β	9,0804	0,728	6,611	-4,728	31,255
Α	11,109	1,456	16,175	-4,364	70,586
1	12,529	1,364	17,09	-4	68,359
2	14,555	4	57,821	-3	173,462
3	14,49	2	28,98	-2	57,96
4	14,49	4	57,96	-1	57,96
5	14,49	2	28,98	0	**-505419**
6	14,49	4	57,96	1	57,96
7	14,49	2	28,98	2	57,96
8	14,388	4	57,55	3	172,6512
9	11,553	1,402	16,1977	4	64,771
Κ	8,887	1,206	10,718	4,357	46,698
Λ	5,119	1206	6,1745	4,714	29,107
Μ	0	0,402	0	5,071	0
		Σ1=	400,198		**429,1468**
				Σ2=	**-76,2718**

Εξαγόμενα:

$$E = \frac{1}{3} \cdot h\, \Sigma_1 = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 400{,}198 = 1333{,}9927\ M^2$$

$$M_\sigma = h \cdot \frac{1}{3} \cdot h \cdot \Sigma_2 \Rightarrow M_\sigma = \frac{h^2}{3} \cdot \Sigma_2 \Rightarrow M_\sigma = \frac{10^2}{3} \cdot (-76{,}2718) \Rightarrow M_\sigma = -2542{,}3933\ m^3$$

$$L_{cf} = \frac{M}{E} = \frac{-2542{,}3933}{1333{,}9927} \frac{m^3}{m^2} = -1{,}90\ m$$

Σημείωση :

Ο υπολογισμός της αποστάσεως (ξ ή L_{cf}) της θέσεως του κέντρου βάρους υπολογίστηκε σύμφωνα με τον τύπο :

$\xi = \frac{M}{E} = \frac{h^2}{3} \cdot \Sigma_2 : \frac{h}{3} \cdot \Sigma_1 = h \cdot \frac{\Sigma_2}{\Sigma_1}$ όπου για την περίπτωση μας , διά αναγωγής στο μέσο νομέα το Σ_2 είναι η διαφορά των πρωραίων και πρυμναίων αθροισμάτων (θετική ή αρνητική, στην περίπτωση μας προέκυψε αρνητική) οπότε το κέντρο βάρους ευρίσκεται πρώραθεν ή πρύμνηθεν του μέσου νομέα .

Στην περίπτωση μας το $L_{cf} = -1{,}90$ m δηλαδή βρίσκεται 1,9 m πρύμνηθεν του μέσου νομέα 5.

Για απλούστευση των υπολογισμών του ξ ή L_{cf} ευρίσκεται : $L_{cf} = h \cdot \frac{\Sigma_2}{\Sigma_1}$

ΡΟΠΗ ΑΔΡΑΝΕΙΑΣ ΕΠΙΦΑΝΕΙΩΝ

Ροπή αδράνειας μιας επιφάνειας ως προς ένα άξονα , ονομάζεται , το άθροισμα των γινομένων όλων των μερών που την αποτελούν επί το τετράγωνο της αποστάσεως των από τον άξονα τούτου .

Σχετικά δηλαδή με το σχήμα 5 , όπου f είναι το απειροελάχιστο τμήμα και χ η απόσταση του από τον άξονα Α-Α , η ροπή αδράνειας της όλης επιφάνειας θα ισούται με το άθροισμα όλων των $f . X^2$ γινομένων (m^4 ή cm^4).

Η ροπή αδρανείας είναι ένα λογιστικό μέγεθος , η έννοια του διευκολύνει τους υπολογισμούς , προκειμένου περί κινήσεων περιστροφής επιφανειών και των σωμάτων , και δίνει κατά κάποιον τρόπο μια ιδέα για την αντίσταση , η οποία παρουσιάζεται , λόγω της αδράνειας , κατά την στροφή ή κλίση μιας επιφανείας, δηλαδή κατά μια κίνηση μη ευθύγραμμη .

Η ροπή αδράνειας της ισάλου κυρίως επιφανείας ενδιαφέρει την ευστάθεια και με βάση την ροπή αυτή υπολογίζονται οι εγκάρσιες και διαμήκεις μετακεντρικές ακτίνες.

Ο υπολογισμός της ροπής αδράνειας μιας επιφανείας γίνεται συνήθως για τους δυο άξονες , δηλαδή τον κάθετο και τον οριζόντιο που διέρχονται από το κέντρο βάρους της επιφάνειας.

Έτσι διακρίνεται η διαμήκης ροπή αδράνειας (J) ή υπολογισμένη κατά τον εγκάρσιο άξονα και η εγκάρσια ροπή αδρανείας (J^1) ή υπολογισμένη κατά του διαμήκη άξονα .

Για τον υπολογισμό της ροπής αδράνειας μιας ισάλου επιφανείας χρησιμοποιείται ο πίνακας εφαρμογής του κανόνα του **SIMPSON** .

Για την διαμήκη ροπή αδρανείας αρχικά γίνεται ο υπολογισμός ως προς τον άξονα που διέρχεται από την πρυμναία κάθετο ή από τον μέσο νομέα και κατόπιν γίνεται η αναγωγή ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο βάρους αυτής , σύμφωνα με την αρχή του Σταϊνερ.

Σύμφωνα με την αρχή του Σταϊνερ η ροπή αδρανείας μιας επιφάνειας , ως προς οποιοδήποτε δοθέντα άξονα , ισούται με την ροπή αδρανείας της επιφάνειας αυτής ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο βάρους της επιφάνειας συν το γινόμενο , του εμβαδού της επιφάνειας επί το τετράγωνο της απόστασης του κέντρου βάρους της από τον δοθέντα άξονα , δηλαδή :

$$J_L = J_0 + A\xi^2 \quad \text{ή} \quad J_0 = J_L - A\xi^2$$

όπου: J_L = Διαμήκης ροπή αδρανείας ως προς άξονα διερχόμενο σε απόσταση ξ από το κέντρο βάρους της επιφάνειας.

J_0 = Διαμήκης ροπή αδρανείας ως προς άξονα διερχομένου από το κέντρο

βάρους επιφανείας.

A= Εμβαδόν της επιφανείας.

ξ= απόσταση του κέντρου βάρους της επιφανείας από έναν ορισμένο άξονα.

Εφαρμογή 7 .

(πλήρης υπολογισμός των στοιχείων ισάλου επιφανείας WL4)

➔Να υπολογιστούν όλα τα στοιχεία της ισάλου επιφανείας WL4 της εφαρμογής 6

Δηλαδή :

1.Εμβαδόν ισάλου (A)

2. Κέντρο βάρους (ξ ή Lcf)

3.Στατική ροπή (Μσ)

4. Διαμήκης ροπή αδρανείας (J_L) ως προς άξονα διερχόμενο από τον μέσο νομέα .

5. Διαμήκης ροπή αδρανείας (J_0) ως προς άξονα διερχόμενο από το κέντρο βάρους.

6. Εγκάρσια ροπή αδρανείας (J_τ)

7.Συντελεστής ισάλου επιφανείας (Cw)

8. Τόνος ανά εκατοστό βυθίσματος T.P.C.

9.Διαμήκης μετακεντρική ακτίνα (BM_L)

10. Εγκάρσια μετακεντρική ακτίνα (BM_T)

Πλήρης υπολογισμός στοιχείων ισάλου επιφανείας (WL4)

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Α/Α	Τεταγμένες πλάτη νομέων WL 4	Συντελεστής Σίμψωνα	Γινόμενα για εμβαδό επιφανείας WL 4 (2x3)	Μοχλοβραχίονες από μέσο νομέα 5	Γινόμενα για Στατική ροπή (4x5)	Γινόμενα για Διαμήκη ροπή αδράνειας J_L ως προς μέσο νομέα (5x6)	Τεταγμένες στο κύβο πλάτη νομέων	Γινόμενα για εγκάρσια ροπή αδράνειας J_T (3x8)
Δ	0	0,364	0	-5,456	0	0	0	0
Γ	6,1824	1,456	9,002	-5,092	45,836	233,397	236,304	344,059
Β	9,0804	0,728	6,611	-4,728	31,255	147,772	748,712	545,062
Α	11,109	1,456	16,175	-4,364	70,586	308,039	1370,96	1996,1178
1	12,529	1,364	17,09	-4	68,359	273,433	1966,75	2682,647
2	14,555	4	57,821	-3	173,462	520,387	3020,455	12081,82
3	14,49	2	28,98	-2	57,96	115,92	3042,322	6084,644
4	14,49	4	57,96	-1	57,96	57,96	3042,322	12169,288
5	14,49	2	28,98	0	**-505,419**	0	3042,322	6084,644
6	14,49	4	57,96	1	57,96	57,96	3042,322	12169,288
7	14,49	2	28,98	2	57,96	115,92	3042,322	6084,644
8	14,388	4	57,55	3	172,6512	317,954	2978,277	11913,108
9	11,553	1,402	16,1977	4	64,771	259,164	1542,12	2162,052
Κ	8,887	1,206	10,718	4,357	46,698	203,464	701,932	846,529
Λ	5,119	1,206	6,174	4,714	29,107	137,208	134,202	161,8476
Μ	0	0,402	0	5,071	0	0	0	0
Αθροίσματα			**Σ_1=400,198**		429,1468	**Σ_3=2948,58**		**Σ_4=75325,75**
					Σ_2=-76,2718			

1.$A = 1/3h \times \Sigma_1 = 1/3 \times 10 \times 400{,}198 = 1333,\ 9927\ m^2$

2.$\xi = h\,\dfrac{\Sigma_2}{\Sigma_1} = \dfrac{10(-76{,}2718)}{400{,}198} = -1{,}905\ m$ ή $\xi = \dfrac{M}{A} = \dfrac{-\ 2542{,}39}{1333{,}9927} = -1{,}905m$

3. $J_L = h^3/3 \times \Sigma_3 = 10^3/3 \times 2948{,}577 = 982{,}859\ m^4$

4. $J_0 = J_L - A\xi^2 = 982{,}859-(1333,\ 9927x\ (-1,\ 9)^2) = 978043,\ 29\ m^2$

5. $J_T = h/9 \times \Sigma_4 = 10/9 \times 75325,\ 75 = 83695,\ 2778\ m^4$

6. $Cw = \dfrac{A}{L \times B} = \dfrac{1333,\ 9927}{105,\ 27 \times 14,\ 49} = 0,\ 87$

7. $T.P.C = \dfrac{A}{100} \times 1,\ 025 = \dfrac{1333{,}9927}{100} \times 1,\ 025 = 13{,}67\ t/cm$

8. $BM_L = \dfrac{J_0}{V} = \dfrac{978043{,}29\ (m4)}{10457{,}686\ (m3)} = 93{,}52m$

9. $BM_T = \dfrac{J_T}{V} = \dfrac{83695,\ 2778m^4}{10457{,}686m^3} = 8{,}003m$

10.$M\sigma = h^2/3\ \Sigma_2 = 10^2/3(-76{,}2718) = -\ 2542{,}39m^3$

Σημείωση Οι BM_L , BM_T υπολογίστηκαν γνωστού όντος του V μέχρι WL4 από προηγούμενους υπολογισμούς.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΤΟΥ ΟΓΚΟΥ ΤΗΣ ΓΑΣΤΡΑΣ

Ο υπολογισμός του όγκου της γάστρας γίνεται με την εφαρμογή του κανόνα του **SIMPSON**. Η ακολουθητέα σειρά υπολογισμών είναι η παρακάτω :

α) Ο όγκος της γάστρας επί τη βάση των εμβαδών των εγκαρσίων τομών δηλαδή των νομέων .

β) Ο όγκος της γάστρας επί την βάση των εμβαδών των οριζοντίων τομών δηλαδή των ίσαλων και έτσι λαμβάνεται ο μέσος όρος των δυο , σαν οριστικός όγκος της γάστρας .

γ) Η θέση του κέντρου βάρους του όγκου ή του κέντρου της αντώσεως κατά μήκος , δηλαδή η απόσταση αυτού από το μέσο νομέα ή την πρυμναία κάθετο και

δ) Η ίδια θέση καθ΄ ύψος δηλαδή από την γραμμή της τρόπιδας .

Για την εφαρμογή του 1^{ου} κανόνα του **SIMPSON** για τους όγκους , θεωρείται το όλο μήκος του χώρου διαιρεμένο σε άρτιο αριθμό μερών ώστε να προκύψει περιττός αριθμός σημείων ισοδιαιρέσεως. Σε κάθε τέτοιο σημείο άγεται ανά ένα κάθετο επίπεδο ώστε να δημιουργηθεί ίσος αριθμός εγκαρσίων νοητών τομών προς τα σημεία ισοδιαιρέσεως . Ακολούθως υπολογίζεται κατά τα γνωστά το εμβαδόν κάθε μιας από αυτές τις τομές .

Τα εμβαδά των τομών αυτών θεωρούνται κατόπιν σαν απλές τεταγμένες και καταχωρούνται στην στήλη των τεταγμένων του πίνακα για τον υπολογισμό του όγκου με το γνωστό πίνακα του Σίμψωνα , όπου σαν ισαπόσταση λαμβάνεται η ισοδιαίρεση του μήκους του χώρου.

Λαμβάνοντας όμως υπόψη την ισοδιαίρεση του μήκους μεταξύ καθέτων και επιθυμούντες να υπολογίσουμε τον όγκο της γάστρας μέχρι κάποια ίσαλο επί τη βάση των εγκαρσίων τομών , είναι δυνατόν να διαιρέσουμε το μήκος πρύμα της πρυμναίας καθέτου και το μήκος πρώρα της πρωραίας καθέτου (μέχρι την ίσαλο που επιθυμούμε) και να εφαρμόσουμε ανάλογους κανόνες του **SIMPSON**. Εδώ θα πρέπει να προσέξουμε ιδιαίτερα τους υπολογισμούς μας για την εύρεση των συντελεστών για κάθε νομέα.

Την μέθοδο αυτή υπολογισμού του όγκου θα γνωρίσουμε στην εφαρμογή που θα ακολουθήσει.

ΚΕΝΤΡΟ ΒΑΡΟΥΣ ΤΟΥ ΟΓΚΟΥ (ΚΕΝΤΡΟ ΑΝΤΩΣΕΩΣ).

Ο καθορισμός της θέσεως του κέντρου βάρους ενός όγκου γίνεται με βάση την ίδια αρχή , η οποία ισχύει και για τις επιφάνειες ,με την διαφορά ότι εδώ πρέπει να καθοριστεί και κατά τις τρεις διαστάσεις , δηλαδή κατά μήκος , πλάτος και ύψος.

Το κέντρο βάρους του όγκου της γάστρας ή κέντρο αντώσεως βρίσκεται οπωσδήποτε επί του μέσου επιπέδου του πλοίου (center line) λόγω της κατά πλάτος συμμετρίας αυτού (εννοείται ότι το πλοίο βρίσκεται σε κατάσταση οριζόντιας θέσης ή πλεύσης).

Ο καθορισμός της διαμήκους θέσεως του κέντρου αντώσεως από το μέσο νομέα ή την πρυμναία κάθετο καθώς επίσης ο καθορισμός της καθ ύψος θέσεως αυτού από τη γραμμή της τρόπιδας θα αναφερθεί αναλυτικά στις επόμενες εφαρμογές.

Εφαρμογή 8.

Υπολογισμός όγκου γάστρας κατά νομείς σε βύθισμα ισάλου WL3(7, 05 m) και υπολογισμός κέντρου αντώσεως.

ΔΕΔΟΜΕΝΑ

Κατά τους υπολογισμούς των εμβαδών των νομέων μέχρι την WL3 βρέθηκαν τα εξής αποτελέσματα

Α/Α ΝΟΜΕΑ	*ΕΜΒΑΔΑ ΝΟΜΕΑ*	*Α/Α ΝΟΜΕΑ*	*ΕΜΒΑΔΑ ΝΟΜΕΑ*	*Α/Α ΝΟΜΕΑ*	*ΕΜΒΑΔΑ ΝΟΜΕΑ*
C_1	0	2 1/2	87	6 1/2	96
B_1	1	3	93	7	95
A_1	2	3 1/2	95	7 1/2	93
0	3	4	96	8	87
1/2	20	4 1/2	96	8 1/2	76
1	43	5	96	9	55
1 1/2	65	5 1/2	96	D_1	37
2	80	6	96	E_1	19
				F_1	0

Ισαπόσταση C_1 νομέων μέχρι 0 πρυμναίου τμήματος =1,2m

Ισαπόσταση νομέων από 0,½ , 1…8, 8 ½ , 9=5m
Ισαπόσταση νομέων 9 μέχρι F1 πρωραίου τμήματος =3,3m

Ο όγκος της γάστρας που αντιστοιχεί στην WL 3 ή βύθισμα 7, 05m διαιρείται σε τρία τμήματα.
Από τον FR. C_1 μέχρι τον FR.0, από τον FR.0 μέχρι τον FR.9 και από τον FR.9 μέχρι τον F στο πρωραίο άκρο.

Ο υπολογισμός των συντελεστών του **SIMPSON** γίνεται ως εξής :

$$V_1=\frac{3}{8} \times h_1 \times [(C_1) +3 (B_1) +3 (A_1) + (0)]$$

$$V_2 = \frac{1}{3} \times h [(0) + 4(½) + 2(1) +…+4(8 ½) + (9)] \quad [1]$$

$$V_3 = \frac{3}{8} \times h_2 \times [(9) + 3(D_1) + 3(E_1) + (F)]$$

h_1 ΠΜ = 1,2 m $\qquad \frac{h_1}{h}= \frac{1,2}{5} =0,24 \Rightarrow h_1=0,24h$
h=5m

h_2 ΠR = 3,33m

$$\frac{h_2}{h}= \frac{3,3}{5} = 0,66 \Rightarrow h_2 =0,66h$$

Επομένως οι τύποι [1] γίνονται:

$$V_1=\frac{3}{8} \times 0,24h \times [(C_1) +3 (B_1) +3 (A_1) + (0)]$$

$$V_2=\frac{1}{3} \times h \times [(0) +4(½) +2(1) +…+4(8 ½) + (9) \quad [2]$$

$$V_3=\frac{3}{8} \times 0,66h \times [(9) +3(D1) +3(E1) + (F$$

ή

$$\frac{3}{8} \times 0,24 \times h = \frac{9}{8} \times 0,24 \times \frac{h}{3} = 0,27 \times \frac{h}{3}$$

$$\frac{3}{8} \times 0,66 \times h = \frac{9}{8} \times 0,66 \times \frac{h}{3} = 0,742 \times \frac{h}{3}$$

Άρα οι τύποι [2] γίνονται :

$$V_1=\frac{1}{3} \times h \times [0,27\,(C1) + 0,81(B_1) + 0,81(A_1) + 0,27(0)]$$

$$V_2=\frac{1}{3} \times h \times [(0) +4(½) + 2(1) +\ldots+4\,(8\,½) + (9)]$$

$$V_3=\frac{1}{3} \times h \times [0,742(9) + 2,226(D_1) +2,226(E_1) +0,742(F)]$$

Από τους τύπους αυτούς βγαίνουν οι συντελεστές για κάθε νομέα

Σημείωση

Οι αριθμοί που βρίσκονται μέσα στις παρενθέσεις εκφράζουν το νούμερο του αντίστοιχου νομέα Επίσης έλαβα ισαπόσταση νομέων = 5m.

	1	2	3=1+2	4	5=3x4
Α/Α	ΕΜΒΑΔΑ ΝΟΜΕΩΝ	ΣΥΝΤΕΛΕΣΤΗΣ ΣΙΜΨΩΝΑ	ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΟΓΚΟΥ	ΜΟΧΛΟΒ.	ΓΙΝΟΜΕΝΟ ΡΟΠΗΣ
C_1	0	0,27	0	-0,72	0
B1	1	0,81	0,81	-0,48	-0,3888
A_1	2	0,81	1,62	-0,24	-0,3888
0	3	1,27	3,81	0	0
½	20	4	80	1	80
1	43	2	86	2	172
1 ½	65	4	260	3	780
2	80	2	160	4	640
2 ½	87	4	348	5	1740
3	93	2	186	6	1116
3 ½	95	4	380	7	2660
4	96	2	192	8	1536
4 ½	96	4	384	9	3456
5	96	2	192	10	1920
5 ½	96	4	384	11	4224
6	96	2	192	12	2304
6 ½	96	4	384	13	4992
7	95	2	190	14	2660
7 ½	93	4	372	15	2580
8	87	2	174	16	2784
8 ½	76	4	304	17	5168
9	55	1,742	95,81	18	1724,58
D_1	37	2,226	82,362	18,66	1536,87
E_1	19	2,226	42,294	18,132	766,87
F1	0	0,742	0	18,192	0.00
		Σ_1=	**4.494,71**	Σ_2=	**42.839,54**

Όγκος γάστρας κατά νομείς στην ίσαλο WL3(7,05m)

V=1/3 x 5 x 4.494, 706=7.491, 176m3

Απόσταση κέντρου αντώσεως κατά το διάμηκες από νομέα 0 σε βύθισμα WL3

$$\xi = h \times \frac{\Sigma 2}{\Sigma_1} = 5x\,\frac{42.839,5424}{4.494,706} = 47,66$$

ή 50 – 47,66=2,34m πρύμηθεν του μέσου νομέα (FR.5)

Εφαρμογή : 9

Υπολογισμός , όγκου γάστρας κατά ίσαλους που αντιστοιχεί στην WL 4 ή βύθισμα = 9,4 M και κέντρου αντώσεως καθ' ύψος .

Δεδομένα : Εμβαδόν WL 0 = 102,6187 M^2
Εμβαδόν WL 1 = 1084,5317 M^2
Εμβαδόν WL 2 = 1168,724 M^2
Εμβαδόν WL 3 = 1264,1683 M^2
Εμβαδόν WL 4 = 1333,9927 M^2

h ίσαλων = 2,35 M

Με βάση τα παραπάνω στοιχεία καταστρώνεται ο παρακάτω γνωστός πίνακας για την εύρεση του όγκου της γάστρας μέχρι WL 4 και του κέντρου αντώσεως καθ' ύψος.

Α/Α WL	*Τεταγμένες εμβ. ίσαλων*	*Συντελεστής Σίμψωνα*	*Γινόμενο για όγκο*	*Μοχλοβ. καθ. Ύψος*	*Γινόμενο για ροπή*
0	102,6187	1	102,6187	0	0
1	1084,5317	4	4338,1268	1	4338,1268
2	1168,724	2	2337,448	2	4647,896
3	1264,1683	4	5056,6732	3	15170,02
4	1333,9927	1	1333,9927	4	5335,9708
		Σ_1=	**13168,859**	Σ_2=	**29519,014**

V= 1/3 x h x Σ1 => V= 1/3 x 2,35 x 13168,859 => $\boxed{\mathbf{V= 10315,607\ M^3}}$

n= h . $\underline{\Sigma 2}$ => n = 2,35 . $\underline{29519,014}$ => $\boxed{\mathbf{n = 5,27\ M}}$

Σ1 13168,859

ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΟ ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ (HYDROSTATIC CURVES)

Προκειμένου να γίνει η μελέτη και η σχεδίαση των καμπυλών του υδροστατικού διαγράμματος (Hydrostatic curves) του σκάφους μας μέχρι την ορισθείσα ίσαλο . Πρέπει να γίνουν κατά σειρά οι παρακάτω υπολογισμοί.

Α . Εύρεση των εμβαδών των εγκαρσίων τομών ή θ. νομέων μέχρι την ορισθείσα ίσαλο.
A_1 .Εύρεση του όγκου της γάστρας (V) κατά νομείς,
A_2 .εύρεση της απόστασης του κέντρου αντώσεως L_{cb} κατά το διάμηκες

Β. Εύρεση των εμβαδών των οριζοντίων τομών (WL) καθώς επίσης και όλων των υπόλοιπων στοιχείων για κάθε μια από αυτές, δηλαδή:
B_1.Την απόσταση του κέντρου βάρους της από το μέσο νομέα του πλοίου (*ξ* ή L_{cf} =Longitudinal centre of Floatation).
B_2. Την στατική ροπή της (M_σ).
B_3. Την Διαμήκη της ροπή αδράνειας (J_L) ως προς άξονα διερχόμενο από τον)(του πλοίου .
B_4. Την Διαμήκη ροπή αδρανείας (J_o) ως προς άξονα διερχόμενο από L_{cf} αυτής.
B_5. Την εγκάρσια ροπή αδρανείας αυτής (J_T) .
B_6. Του συντελεστή ισάλου επιφανείας (C_w) αυτής .
B_7. Τους τόνους ανά εκατοστό βυθίσεως T.P.C. αυτής .
B_8. Την Διαμήκη μετακεντρκή ακτίνα (BM_L) αυτής.
B_9. Την εγκάρσια μετακεντρική ακτίνα (BM_t) αυτής.
B_{10}. Τον όγκο της γάστρας κατά ίσαλους.
B_{11}. Την απόσταση του κέντρου αντώσεως (n) ή KB από την τρόπιδα .
B_{12}. Το εξωτερικό όγκο της γάστρας σε διάφορα βυθίσματα .

$$V_{\varepsilon\xi.} = V \times 1{,}005 \; M^3$$

B_{13}. Το εκτόπισμα της γάστρας σε διάφορα βυθίσματα .
α) Σε γλυκό νερό D = V x 1 t .
β) Σε θαλασσινό νερό D = V x 1,025 t .

Γ. Υπολογισμός των Συντελεστών σε διάφορα βυθίσματα δηλαδή :
Γ_1 . Συντελεστή της ισάλου επιφανείας : $C_w = \dfrac{A}{L \times b}$

Γ_2 . Συντελεστή γάστρας : $C_b = \dfrac{V}{L \times b \times i}$

Γ_3 . Συντελεστή μέσου νομέα : $C_M = \dfrac{A_M}{B \times i}$

Γ_4 . Πρισματικού συντελεστή : $C_p = \dfrac{V}{A_M \times L}$

Γ_5. Κατακόρυφο πρισματικό συντελεστή : $C_{pv} = \dfrac{V}{i \times A}$

Δ. Υπολογισμός των τόνων ανά εκατοστό βυθίσματος για τις διάφορες ίσαλους . Δηλαδή : $T.P.C. = \dfrac{A\ (M^2)\ \times\ 1{,}025}{100}$ (MT/ CM)

ή $T.\ P.I. = \dfrac{A\ (ft^2)}{420}$ (LT/ in)

T.P.C : TONS PER CM = τόνοι ανά εκατοστά βυθίσεως.
T. P.I : TONS PER inch = τόνοι ανά ίντσα βυθίσεως .
Όπου A είναι η επιφάνεια της ίσαλου.

E. Υπολογισμός μετακεντρικών ακτίνων στις αντίστοιχες ίσαλους (WL). Δηλαδή:

E_1 . Διαμήκη μετακεντρική ακτίνα : $BM_L = \dfrac{J_o}{V}$ (M)

E_2 . Εγκάρσια μετακεντρική ακτίνα : $BM_T = \dfrac{J_T}{V}$ (M)

Z. Υπολογισμός των ροπών διαγωγής ανά μονάδα μήκους στα διάφορα βυθίσματα που αντιστοιχούν οι σχετικές WL . Δηλαδή :

$$P.\Delta = \frac{J_o}{L}$$

H. Υπολογισμός εμβαδού (M^2) βρεχόμενης επιφάνειας που αντιστοιχεί στις σχετικές ίσαλους (WL).

H_1. Κατά Olsen :

$$\Omega = L \times B \times \left(1{,}22 \times \frac{d}{B} + 0{,}46\right) \times (C_b + 0{,}765)\ M^2$$

H_2. Κατά Normand :

$$\Omega = L \times \left[1{,}52 \times d + (0{,}374 + 0{,}85(C_b)^2) \times B\right]\ M^2$$

Παρατήρηση:

1. Στους υπολογισμούς μας σαν όγκο στα διάφορα βυθίσματα (V) χρησιμοποιούμε τον μέσο όρο του όγκου της γάστρας κατά νομείς και κατά ίσαλους .

2. Σαν εμβαδόν βρεχόμενης επιφάνειας στα διάφορα βυθίσματα των αντίστοιχων ίσαλων (WL) λαμβάνεται ο μέσος όρος κατά Olsen και κατά Normand .

Μετά τους υπολογισμούς και την εύρεση των αναφερόμενων παραπάνω στοιχείων συντάσσεται ο ***ΣΥΓΚΕΝΤΡΩΤΙΚΟΣ ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΠΟΤΕΛΕΣΜΑΤΩΝ*** όπου με βάση αυτά τα στοιχεία θα σχεδιασθούν με τις ανάλογες κλίμακες οι καμπύλες του υδροστατικού διαγράμματος (Hydrostatic curves) πάνω σ' ένα ενιαίο χαρτί μιλιμετρέ.

ΓΕΝΙΚΕΣ ΠΑΡΑΤΗΡΗΣΕΙΣ

1.Συντελεστές μετατροπής

α. Συντελεστής μετατροπής της κλίμακας μηκών .

i) Διαιρώ την ισαπόσταση των θεωρητικών νομέων του υπό μελέτη σκάφους προς την ισαπόσταση των θεωρητικών νομέων του σχεδίου βάσης ή αντίστροφα.

Π.χ. $\frac{\text{HFR.M}}{H_{FR}.\text{B}} = \frac{10,1}{12,5} = 0,8080$

Οπότε κάθε διάσταση μήκους του σχεδίου της μελέτης μου θα είναι:

$\frac{\text{HFR.M}}{\text{HFR.B}} = 0,8080$ ➔ HFR.M = 0, 8080 HFR.B

ii) ή αντίστροφα

$\frac{\text{Διάσταση HFR.B}}{\text{Διάσταση HFR.M}} = \frac{12,5}{10,1} = 1,2376$ ➔

➔ΔιάστασηH_{FR}.M 1,2376 = Διάσταση H_{FR}.B
➔ΔιάστασηHFR.M = ΔιάστασηHFR.B

1, 2376

α. Συντελεστής μετατροπής της κλίμακας πλατών .

i) Διαιρώ το πλάτος του υπό μελέτη σκάφους προς το πλάτος του σχεδίου βάσης ή αντίστροφα.

Π.χ $\frac{\text{Πλάτος M}}{\text{Πλάτος B}} = \frac{14{,}42}{16{,}4} = 0{,}87926$

Οπότε κάθε διάσταση πλάτους του σχεδίου της μελέτης μου θα είναι :

$\frac{\text{Διάσταση πλάτους M}}{\text{Διάσταση πλάτους B}} = 0{,}87926$ ➔ Διάσταση Πλάτους M=0,87926 Διάσταση πλάτους B

Έστω π.χ ότι το πλάτος ενός νομέα σε μια δεδομένη ίσαλο του σχεδίου βάσης είναι ίση με 8m τότε η διάσταση αυτή για τον αντίστοιχο νομέα και ίσαλο του σχεδίου της μελέτης μου θα είναι

Διάσταση πλάτους M =0,87,926x 8=7,034m

ή αντίστροφα

ii) $\frac{\text{Πλάτος σχ. B}}{\text{Πλάτος σχ. M}} = \frac{16,\ 4}{14{,}42} = 1,\ 1373$

Οπότε κάθε διάσταση πλάτους του σχεδίου της μελέτης μου θα είναι:

$\frac{\text{Διάσταση πλάτους σχ.B}}{\text{Διάσταση πλάτους σχ.M}} = 1{,}14$ ➔

➔Διάσταση Πλάτους Σχεδίου Μελέτης = $\frac{\text{Διάσταση Πλάτους Σχεδίου Βάσης}}{1{,}14}$

Άρα σύμφωνα με το δεδομένο πλάτος (8m) της παραγράφου Β εδ. ii θα έχω :

Διάσταση πλάτους σχεδίου μελέτης = $\frac{8}{1.1373} = 7{,}034$

γ) συντελεστής μετατροπής της κλίμακας υψών

i) Διαιρώ το ύψος του υπό μελέτη σκάφους μου προς το αντίστοιχο ύψος του σχεδίου Βάσης ή αντίστροφα.

Π.χ $\frac{\text{Ύψος M}}{\text{Ύψος B}} = \frac{14{,}95}{9{,}1} = 1{,}64285$

Οπότε κάθε διάσταση ύψους του σχεδίου της μελέτης μου θα είναι :

$\frac{\text{Διάσταση Ύψους M}}{} = 1{,}64285$ ➔ Διάσταση Ύψους M=1,64285 x Διάσταση Ύψους B

Διάσταση Ύψους Β

ή αντίστροφα

ii) Ύψος σχεδίου Β = 9, 1 = 0, 60869
Ύψος σχεδίου Μ 14,95

Οπότε κάθε διάσταση ύψους του σχεδίου της μελέτης μου θα είναι :
Διάσταση ύψους σχεδίου Β = 0,60869➔Διάσταση ύψους σχεδίου Μ =Διάσταση ύψους σχεδίου Β
Διάσταση ύψους σχεδίου Μ 0,60869

Σημείωση
Στο εδάφιο i) της παραγράφου γ αναφέρω τη φράση αντίστοιχο ύψος. Τούτο σημαίνει το εξής:

i) Όταν η άσκηση ζητά οι υπολογισμοί να γίνουν μέχρι το D του υπό μελέτη σκάφους τότε εφαρμόζω τη σχέση
Διάσταση ύψους (D) του υπό μελέτη σκάφους
Διάσταση ύψους (D) του σχεδίου Βάσης
ή αντίστροφα

ii) Όταν η άσκηση ζητά οι υπολογισμοί να γίνουν μέχρι κάποια συγκεκριμένη ίσαλο όπου για λόγους απλοποίησης των υπολογισμών η συγκεκριμένη αυτή ίσαλος θα συμπίπτει με την ευθεία του καταστρώματος (άρα απόσταση από BL μέχρι αυτή την ίσαλο =D) και θα αντιστοιχεί με κάποια ίσαλο του σχεδίου Βάσης όπου αυτή δεν θα συμπίπτει με την ευθεία του καταστρώματος του σχεδίου Βάσης αλλά θα βρίσκεται κάτωθεν ή άνωθεν αυτής. Τότε για λόγους αντιστοιχίας στο συντελεστή μετατροπής της κλίμακας υψών θα χρησιμοποιώ την παρακάτω σχέση

HWLσχεδίου Μελέτης
HWLσχεδίου Βάσης

2. ΠΕΡΙ ΜΟΧΛΟΒΡΑΧΙΟΝΩΝ.

Υπολογισμός κέντρου βάρους (ξ) ισάλου WL4 ως προς άξονα διερχόμενο από το ακροπρυμναίο σημείο Δ αυτής (συνέχεια σελίδας 18,19)

1	2	3	4	5	6
Α/Α	τεταγμένες πλάτη νομ. WL 4	Συντελεστής Σίμψωνα	Γινόμενα για εμβαδό WL 4 (2 x 3)	Μοχλοβ. από πρυμνη σημείο Δ	Γινόμενα για στατική ροπή (4 x 5)
Δ	0	0,364	0	0	0
Γ	6,1824	1,456	9,002	0,364	3,278
Β	9,0804	0,728	6,611	0,728	4,813
Α	11,109	1,456	16,175	1,092	17,663
1	12,529	1,364	17,09	1,456	24,883
2	14,555	4	57,821	2,456	142,008
3	14,49	2	28,98	3,456	100,155
4	14,49	4	57,96	4,456	258,2698
5	14,49	2	28,98	5,456	158,115
6	14,49	4	57,96	6,456	374,189
7	14,49	2	28,98	7,456	216,075
8	14,388	4	57,55	8,456	486,643
9	11,553	1,402	16,1977	9,456	153,165
Κ	8,887	1,206	10,718	9,813	105,176
Λ	5,119	1,206	6,1745	10,17	62,795
Μ	0	0,402	0	10,527	0
		Σ_1=	400,198	Σ_2=	2107,2278

Παρατήρηση Α

1) Η στήλη 5 των μοχλοβραχιόνων ως προς το σημείο Δ της πρύμνης μας δηλώνει τις ισαποστάσεις συναρτήσει του h=10 m.

2) Άρα δυνάμεθα επίσης να θέσουμε στις θέσεις των μοχλοβραχιόνων τις κανονικές τιμές των αποστάσεων.

$$\xi = h\,\frac{\Sigma 2}{\Sigma 1} = \frac{10 \times 2107{,}2278}{400{,}198} = 52{,}655\ m$$

L ισάλου WL από σημείο Δ μέχρι 5 Θ.Ν =54,56mΆρα ξ=54,56-52,655=1,905m πρύμηθεν του)0(.

Παρατήρηση Β

1. Οι μοχλοβραχίονες της στήλης 5 ως προς το πρυμναίο σημείο Δ της WL4 μας δηλώνει την απόσταση χ των εμβαδών που θεωρούνται συγκεντρωμένα στις τεταγμένες Δ,Γ,…..6,7,8,9,Κ,Λ,Μ.και αυτή η απόσταση χ είναι κάθε φορά πολλαπλάσιο της ισαποστάσεως h.
2. Αντί των μοχλοβραχιόνων (αποστάσεων χ) της στήλης 5 δυνάμεθα να θέσουμε τις κανονικές τιμές των αποστάσεων , όπου δεν είναι τίποτα άλλο από τις ίδιες τιμές των μοχλοβραχιόνων επί την απόσταση h δηλαδή 10.
Σ΄ αυτήν την περίπτωση που θα πολλαπλασιασθούν οι μοχλοβραχίονες της στήλης 5 επί 10 το κέντρο βάρους θα είναι $\xi=\Sigma_2/\Sigma_1$ αντί του $\xi = h\_\ \Sigma_2/\Sigma_1$ και η τιμή του ξ θα είναι αυτή δηλαδή 1,905 πρύμηθεν του)0(.
3. Και στις 3 περιπτώσεις που υπολογίσαμε την Μ6 της WL4όπως :
α) Ως προς άξονα διερχόμενο από τον μέσο θ.νομέα 5.
β) Ως προς άξονα διερχόμενο από το ακρότατο πρυμναίο σημείο Δ αυτής (WL4).
γ) Ως προς άξονα διερχόμενο από το θ.νομέα 1 , βρέθηκε το εξής αποτέλεσμα ξ=1,905 πρύμηθεν του)0(.Συνιστάται όμως η Μ6 να υπολογίζεται ως προς άξονα διερχόμενο από το μέσο νομέα.

ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΚΕΝΤΡΟΥ ΒΑΡΟΥΣ (Ξ) ΙΣΑΛΟΥ WL4 ΩΣ ΠΡΟΣ ΑΞΟΝΑ ΔΙΕΡΧΟΜΕΝΟ ΑΠΟ Θ.ΝΟΜΕΑ 1 (ΣΥΝΕΧΕΙΑ ΣΕΛΙΔΑΣ 18.19).

1	2	3	4	5	6
Α/Α	τεταγμένες πλάτη νομ. WL 4	Συντελεστής Σίμψωνα	Γινόμενα για εμβαδό WL 4 (2 x 3)	Μοχλοβ. από θεωρη-τικό νομέα 1	Γινόμενα για στατική ροπή (4 x 5)
Δ	0	0,364	0	-1,456	0
Γ	6,1824	1,456	9,002	-1,092	-9,8302
Β	9,0804	0,728	6,611	-0,728	-4,813
Α	11,109	1,456	16,175	-0,364	-5,888
1	12,529	1,364	17,09	0	0
2	14,555	4	57,821	1	57,821
3	14,49	2	28,98	2	57,96
4	14,49	4	57,96	3	173,88
5	14,49	2	28,98	4	115,92
6	14,49	4	57,96	5	289,8
7	14,49	2	28,98	6	173,88
8	14,388	4	57,55	7	402,85
9	11,553	1,402	16,1977	8	129,5816
Κ	8,887	1,206	10,718	8,357	89,57
Λ	5,119	1,206	6,1745	8,714	53,805
Μ	0	0,402	0	9,071	0
		$\Sigma_1=$	400,198		1545,067
					-20,5312
				$\Sigma_2=$	1524,5358

$$\xi = h\,\frac{\Sigma 2}{\Sigma 1} = \frac{10 \times 1524{,}5358}{400{,}198} = 38{,}0945382\,m$$

Απόσταση θ.Ν1 από μέσο νομέα =40 m. Άρα ξ =40-38,0945 = 1,905 πρύμα μέσου νομέα .

Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα

Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Αθήνας

Τέλος Ενότητας

Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Αθήνας**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης

Σημειώματα

Σημείωμα Αναφοράς

Σημείωμα Αδειοδότησης

Επεξήγηση όρων χρήσης έργων τρίτων

©	Δεν επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου, παρά μόνο εάν ζητηθεί εκ νέου άδεια από το δημιουργό.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου και η δημιουργία παραγώγων αυτού με απλή αναφορά του δημιουργού.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-SA	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού, και διάθεση του έργου ή του παράγωγου αυτού με την ίδια άδεια.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-ND	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού. Δεν επιτρέπεται η δημιουργία παραγώγων του έργου.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-NC	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού. Δεν επιτρέπεται η εμπορική χρήση του έργου.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-NC-SA	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού και διάθεση του έργου ή του παράγωγου αυτού με την ίδια άδεια. Δεν επιτρέπεται η εμπορική χρήση του έργου.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-NC-ND	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού. Δεν επιτρέπεται η εμπορική χρήση του έργου και η δημιουργία παραγώγων του.
διαθέσιμο με άδεια CC0 Public Domain	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου, η δημιουργία παραγώγων αυτού και η εμπορική του χρήση, χωρίς αναφορά του δημιουργού.
διαθέσιμο ως κοινό κτήμα	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου, η δημιουργία παραγώγων αυτού και η εμπορική του χρήση, χωρίς αναφορά του δημιουργού.
χωρίς σήμανση	Συνήθως δεν επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου.

Διατήρηση Σημειωμάτων

- Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:
- Το Σημείωμα Αναφοράς
- Το Σημείωμα Αδειοδότησης
- Τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- Το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει) μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.