

**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα**

**Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Αθήνας**

Φυσική ΙΙ

**Ενότητα 1:** Το στατικό ηλεκτρικό πεδίο

Κωνσταντίνος Κουρκουτάς

Τμήμα Μηχανικών Ναυπηγών ΤΕ

|  |  |
| --- | --- |
| Το περιεχόμενο του μαθήματος διατίθεται με άδεια Creative Commons εκτός και αν αναφέρεται διαφορετικά | Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους. |

**Το στατικό ηλεκτρικό πεδίο**

**Το ηλεκτρικό φορτίο**

Είναι γνωστό ήδη από την αρχαιότητα, ότι όταν το **ήλεκτρο** τρίβεται σε μάλλινο ύφασμα, αποκτά την ιδιότητα να έλκει ελαφρά σωματίδια, όπως σκόνη, μικρά κομμάτια χαρτί κλπ. Ως τα τέλη του δέκατου όγδοου αιώνα αυτή ήταν πρακτικά και η μοναδική γνώση σχετικά με τα ηλεκτρικά φαινόμενα. Οι πρώτες συστηματικές γνώσεις για τη φύση και τις ιδιότητες του ηλεκτρισμού οφείλονται στους Γάλλους φυσικούς Charles **Coulomb** (1736-1806) και Andre Marie **Ampere** (1775-1836). Η θεωρία του Ηλεκτρισμού και η σχέση του με το Μαγνητισμό ολοκληρώθηκε πρακτικά μέσα σε διάστημα μικρότερο του αιώνα με το έργο του Βρετανού φυσικού James Clerk **Maxwell** (1831-1879)το 1861-1862. Από την άποψη αυτή ο Ηλεκτρισμός είναι το κεφάλαιο της Φυσικής, που αναπτύχθηκε ταχύτερα από οποιοδήποτε άλλο.

Ο Coulomb διαπίστωσε ότι υπάρχουν δύο είδη ηλεκτρικού **φορτίου** μέσω του εξής πειράματος:

1. Έτριψε δύο ράβδους από σκληρό ελαστικό σε μάλλινο ύφασμα. Οι ράβδοι απόκτησαν ίδιο είδος φορτίων. Πλησίασε τη μία ράβδο στην άλλη σε διαπίστωσε ότι απωθούνται.
2. Έτριψε δύο ράβδους μία από σκληρό ελαστικό και μία από γυαλί σε μάλλινο ύφασμα. Πλησίασε τις δύο ράβδους τη μία στην άλλη και διαπίστωσε ότι έλκονται. Συμπέρανε έτσι ότι οι ράβδοι είχαν διαφορετικά φορτία.

Από αυτές τις παρατηρήσεις προκύπτουν τα επόμενα συμπεράσματα.

1. Υπάρχουν δύο ειδών φορτία.
2. Τα όμοια φορτία απωθούνται, τα διαφορετικά έλκονται.

Το ηλεκτρικό φορτίο είναι μονόμετρο μέγεθος. Συμβολίζεται συνήθως με το λατινικό Q, ή q. Μονάδα του ηλεκτρικού φορτίου στο Διεθνές Σύστημα Μονάδων (SI) είναι το **Coulomb** (C). Ως θεμελιώδες μέγεθος στον ηλεκτρισμό λαμβάνουμε την **ένταση** του ρεύματος, που είναι εύκολα μετρήσιμη. Η ένταση Ι του ηλεκτρικού ρεύματος είναι το πηλίκο του φορτίου Q που διέρχεται μέσα από μια διατομή προς τον αντίστοιχο χρόνο t.

**Ένταση ηλεκτρικού ρεύματος**  1

Μονάδα έντασης είναι το **Ampere** (A). Επομένως 

Σύμφωνα με το **ατομικό πρότυπο** που πρότεινε ο Δανός φυσικός Niels **Bohr** (1885- 1962) το άτομο αποτελείται από ένα πυρήνα με πρωτόνια και νετρόνια και τα ηλεκτρόνια που περιβάλουν τον πυρήνα. Στο σύνολό του το άτομο είναι ηλεκτρικά ουδέτερο. Αν το άτομο έχει ένα ηλεκτρόνιο λιγότερο από ότι στην ουδέτερη κατάσταση, λέμε ότι είναι θετικά φορτισμένο. Αν έχει ένα ηλεκτρόνιο περισσότερο, τότε λέμε ότι είναι αρνητικά φορτισμένο. Το πρωτόνιο έχει το στοιχειώδες θετικό φορτίο . Το ηλεκτρόνιο έχει το στοιχειώδες αρνητικό φορτίο . Οι δύο τιμές είναι ίσες κατ’ απόλυτη τιμή.

**στοιχειώδες ηλεκτρικό φορτίο** 

Σύμφωνα με αυτή την τιμή για να συλλέξουμε (αρνητικό) φορτίο 1C χρειαζόμαστε  ηλεκτρόνια.

**Ε1** Αγωγός διαρρέεται από φορτίο  σε χρόνο . Να υπολογίσετε το ηλεκτρικό ρεύμα.





**Ε2** Πόσο φορτίο διέρχεται σε χρόνο  όταν η ένταση του ρεύματος είναι ;



**Ε3** Πόσα ηλεκτρόνια αντιστοιχούν σε φορτίο ;



**Ε4** Χάλκινο σύρμα διαρρέεται από ρεύμα έντασης 20mA. Πόσα ηλεκτρόνια διέρχονται κάθε δευτερόλεπτο από μια διατομή του αγωγού;

**Α1** Αγωγός διαρρέεται από  ηλεκτρόνια σε χρόνο 0,71s. Να υπολογίσετε την ένταση του ρεύματος. (8,57mA)

**Α2** Η ένταση ηλεκτρικού ρεύματος σε μεταλλικό αγωγό είναι Ι=8,27mA. Να βρείτε το πλήθος των ηλεκτρονίων, που διέρχονται σε χρόνο t=1h. ()

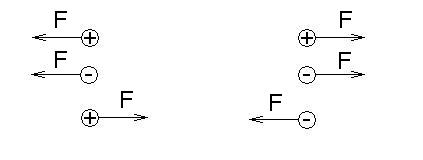
**A3** Ηλεκτρική μπαταρία παρέχει ηλεκτρικό ρεύμα Ι=1,70mA επί χρόνο t=6h. Πόσο φορτίο απέδωσε η μπαταρία; (36,7C)

**Α4** Ένα mol περιέχει  μόρια. Να υπολογίσετε το φορτίο ενός mol ατομικού υδρογόνου, το οποίο έχουμε ιονίσει τελείως. (96120C)

**Α5** Μία συμβατική μπαταρία αυτοκινήτου περιέχει φορτίο Q=108kC. Επί πόσο χρόνο μπορεί να αποδίδει ρεύμα I=3A; (10h)

**Δυνάμεις μεταξύ φορτίων στο κενό. Ο νόμος του Coulomb**

Όπως είπαμε, μεταξύ φορτίων ασκούνται δυνάμεις. Θα μελετήσουμε αυτές τις δυνάμεις κατ’ αρχήν για φορτία που βρίσκονται σε **ηρεμία** κι αυτό, γιατί όπως θα γνωρίσουμε στα επόμενα, μεταξύ κινουμένων φορτίων ασκούνται και άλλα είδη δυνάμεων. Αν αυτά τα φορτία είναι ομώνυμα, τότε οι δυνάμεις είναι απωστικές. Αν είναι ετερώνυμα, τότε οι δυνάμεις είναι ελκτικές. Αν πρόκειται για **σημειακά φορτία**, δηλαδή φορτισμένα σώματα των οποίων οι διαστάσεις είναι αμελητέες σε σύγκριση με την απόσταση μεταξύ τους, τότε ο φορέας των ασκουμένων δυνάμεων συμπίπτει με την ευθεία που ενώνει τα δύο σημεία, όπως στο σχήμα 



Το μέτρο της δύναμης που ασκείται από κάθε φορτίο δίνεται από το **νόμο του Coulomb**:

**Νόμος Coulomb στο κενό ** 1

όπου:  είναι οι τιμές των φορτίων σε 

r η απόσταση μεταξύ των δύο φορτίων σε m

F το μέτρο της δύναμης σε Ν

 η **απόλυτη διηλεκτρική σταθερά του κενού**

**Ε5** Δύο σημειακά ηλεκτρικά φορτία  και  βρίσκονται σε απόσταση r=2,8m. Να βρεθεί η δύναμη που ασκείται μεταξύ τους.



**Ε6** Μεταξύ δύο σημειακών ηλεκτρικών φορτίων  και  ασκείται αμοιβαία δύναμη . Ποια είναι η απόσταση μεταξύ των φορτίων;

Συχνά αντί της απόλυτης διηλεκτρικής σταθεράς  χρησιμοποιούμε την πιο ευκολομνημόνευτη **ηλεκτρική σταθερά**

**ηλεκτρική σταθερά** 

οπότε ο νόμος του Coulomb διατυπώνεται απλούστερα:

**Νόμος Coulomb στο κενό** ****

**Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου**

Από το νόμο του Coulomb συμπεραίνουμε ότι ένα φορτίο Q μεταβάλλει τις ιδιότητες του περιβάλλοντος χώρου του με την παραγωγή ενός **ηλεκτρικού πεδίου**. Η ύπαρξη του εν λόγω πεδίου διαπιστώνεται από το γεγονός ότι αν σε κάποιο σημείο του φέρουμε ένα δεύτερο φορτίο, τότε αυτό το φορτίο δέχεται μια δύναμη. Με άλλα λόγια για να ανιχνεύσουμε ένα ηλεκτρικό πεδίο πρέπει να χρησιμοποιήσουμε ένα φορτίο σε ρόλο δοκιμίου. Αν θέλουμε επί πλέον να το μελετήσουμε σημείο προς σημείο του, πρέπει αυτό το φορτίο- δοκίμιο να είναι και σημειακό. Χωρίς να θέτουμε περιορισμούς επιλέγουμε λοιπόν ένα θετικό φορτίο, οπότε η δύναμη, που θα ασκηθεί στο δοκίμιο είναι σύμφωνα με το νόμο του Coulomb η



Θέλουμε να ορίσουμε ένα μέγεθος, που να χαρακτηρίζει το πεδίο. Να μας δίνει δηλαδή την **έντασή** του και τον τρόπο, που ασκείται η δύναμη, δηλαδή τη διεύθυνση και τη φορά της. Θα παρατηρήσουμε ότι η δύναμη, που ασκείται στο φορτίο- δοκίμιο δεν είναι καθόλου χαρακτηριστική της έντασης, γιατί εξαρτάται από το ίδιο το δοκίμιο. Βλέπουμε όμως ότι το πηλίκο της ασκούμενης δύναμης F προς το φορτίο του δοκιμίου  είναι σταθερό και εξαρτάται μόνο από το φορτίο Q και τη θέση r. Ορίζουμε έτσι ως χαρακτηριστικό μέγεθος του ηλεκτρικού πεδίου την:

**Ένταση του ηλεκτρικού πεδίου**  **** 1

Η ένταση Ε είναι ως το πηλίκο διανυσματικού μεγέθους (δύναμη F) προς μονόμετρο (φορτίο ) διανυσματικό μέγεθος επίσης. Η διεύθυνση και η φορά της είναι εκείνες της δύναμης που ασκείται επί θετικού δοκιμίου. Η μονάδα της έντασης όπως προκύπτει από τον ορισμό είναι , όμως η καθιερωμένη μονάδα μέτρησης είναι η  όπου το V συμβολίζει τη μονάδα του ηλεκτρικού δυναμικού Volt, που θα γνωρίσουμε αμέσως μετά. Οι δύο μονάδες είναι ίσες, γιατί  επομένως και .

Αν το ηλεκτρικό πεδίο παράγεται από ένα μεμονωμένο σημειακό φορτίο Q, τότε σε κάθε σημείο του πεδίου ο φορέας της έντασης διέρχεται από το φορτίο Q. Ένα τέτοιο πεδίο λέγεται **κεντρικό**. Με άμεση εφαρμογή του νόμου του Coulomb βρίσκουμε ότι η ένταση σε ένα κεντρικό ηλεκτρικό πεδίο είναι:

**Ένταση κεντρικού ηλεκτρικού πεδίου** 

**Ε7** Δίνεται αρνητικό σημειακό φορτίο Q=3nC. Να υπολογιστεί η ένταση του πεδίου σε απόσταση r=5cm

Το διάνυσμα της έντασης έχει φορά προς το φορτίο όπως στο σχήμα.

E6

Για να υπολογίσουμε την ένταση σε ένα πεδίο που παράγεται από περισσότερα φορτία, εφαρμόζουμε την **αρχή της υπέρθεσης**. Υπολογίζουμε δηλαδή για καθένα φορτίο μεμονωμένα την αντίστοιχη ένταση και στη συνέχεια προσθέτουμε διανυσματικά τις επί μέρους εντάσεις.

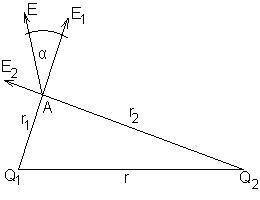
Ε8 Δύο θετικά σημειακά φορτία  και  βρίσκονται σε απόσταση r=13mm. Να υπολογίσετε την ένταση Ε του πεδίου σε σημείο Α που απέχει απόσταση  από το πρώτο και  από το δεύτερο.

Οι αριθμοί 5,12,13 είναι Πυθαγόρεια τριάδα γιατί , επομένως τα δύο φορτία και το σημείο Α βρίσκονται στις κορυφές ορθογωνίου τριγώνου. Για τις επί μέρους εντάσεις έχουμε:





Με τη βοήθεια του σχήματος βρίσκουμε:



Επειδή η ένταση είναι διανυσματικό μέγεθος, πρέπει να προσδιορίσουμε και τη διεύθυνσή της. Αυτό γίνεται μέσω της εφαπτομένης της γωνίας α για την οποία ισχύει:

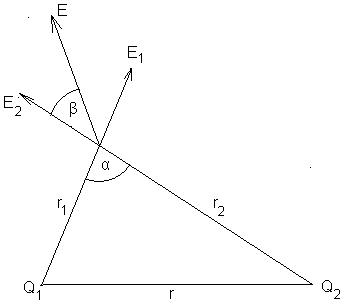
**Ε9** Στην Ε8 μειώνουμε την απόσταση μεταξύ των φορτίων σε  διατηρώντας τα υπόλοιπα στοιχεία αναλλοίωτα. Να υπολογίσετε την ένταση στο σημείο Α.

Τα μέτρα των συνιστωσών και  έχουν υπολογιστεί και είναι:

 και



Εφαρμόζουμε τον κανόνα του συνημιτόνου για να βρούμε την τιμή του συνημιτόνου της γωνίας α από τα μήκη , , .



Η συνισταμένη ένταση έχει μέτρο:





Για τη γωνία β έχουμε:



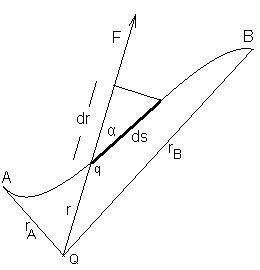


**Το δυναμικό και η διαφορά δυναμικού**

Είναι σκόπιμο πριν προχωρήσουμε στο θέμα, να δούμε μια πολύ σημαντική ιδιότητα του ηλεκτρικού πεδίου ως προς το έργο, που παράγει. Θεωρούμε γι’ αυτό ένα σημειακό φορτίο Q, έστω θετικό. Όπως γνωρίσαμε στην προηγούμενη παράγραφο, το φορτίο αυτό παράγει ένα κεντρικό ηλεκτρικό πεδίο έντασης:



Λαμβάνουμε τώρα ένα άλλο σημειακό φορτίο, έστω θετικό επίσης και το μετακινούμε από ένα σημείο του πεδίου Α σε ένα άλλο Β επιλέγοντας μια τυχούσα διαδρομή όπως αυτή στο σχήμα . Θέλουμε να υπολογίσουμε το έργο, που παράγει το πεδίο κατά μήκος αυτής της διαδρομής.



Υπενθυμίζουμε εδώ ότι το έργο W μιας σταθερής δύναμης  κατά μήκος μιας ευθύγραμμης διαδρομής  είναι το **εσωτερικό γινόμενο**:



Όπου  είναι η γωνιά μεταξύ της δύναμης και του δρόμου. Εδώ όμως ούτε η δύναμη είναι σταθερή, γιατί το μεν μέτρο της σύμφωνα με το νόμο του Coulomb είναι:



ούτε η διεύθυνσή της, γιατί διεύθυνση της δύναμης είναι αυτή της εκάστοτε ευθείας, που συνδέει τα δύο φορτία. Επί πλέον ούτε η διαδρομή είναι ευθύγραμμη. Για να υπολογίσουμε λοιπόν το έργο  διαμερίζουμε τη διαδρομή ΑΒ σε στοιχειώδεις διαδρομές , υπολογίζουμε το στοιχειώδες έργο  για κάθε μία από αυτές και στη συνέχεια αθροίζουμε τα επί μέρους έργα. Για κάθε στοιχειώδη διαδρομή το έργο είναι:



Για την απειροστά μικρή διαδρομή ds το γινόμενο  μας δίνει την αύξηση dr της απόστασης του φορτίου q από το Q.



Τώρα μπορούμε να βρούμε το έργο  με ολοκλήρωση.



Το σημαντικό συμπέρασμα που προκύπτει είναι ότι το έργο σε ένα κεντρικό πεδίο δεν εξαρτάται από τη διαδρομή, αλλά από την αρχική και την τελική θέση του φορτίου q. Αν και εδώ χρησιμοποιήσαμε δύο θετικά φορτία, το συμπέρασμα παραμένει το ίδιο για όλους τους συνδυασμούς φορτίων. Τι συμβαίνει όμως σε ένα οποιοδήποτε πεδίο;

Το ηλεκτρικό πεδίο που μελετάμε οφείλεται σε στατικά ηλεκτρικά φορτία. Θεωρούμε λοιπόν ένα σύνολο φορτίων, το οποίο στη γενική περίπτωση περιέχει και σημειακά φορτία και συνεχείς κατανομές τους. Αυτές τις συνεχείς κατανομές μπορούμε να τις θεωρήσουμε ως σύνολο σημειακών φορτίων επίσης. Κάθε ένα από αυτά τα σημειακά φορτία παράγει ένα κεντρικό ηλεκτρικό πεδίο με την ιδιότητα που είδαμε προηγουμένως, δηλαδή ότι το έργο είναι ανεξάρτητο της διαδρομής και εξαρτάται μόνον από την αρχική και τελική θέση. Επειδή το έργο είναι όμως μονόμετρο μέγεθος και το ολικά παραγόμενο έργο είναι άθροισμα των έργων των επί μέρους κεντρικών πεδίων, η ιδιότητα αυτή μεταφέρεται και στο τυχόν πεδίο. Έχουμε λοιπόν την εξής σημαντική ιδιότητα:

**Το έργο στο ηλεκτρικό πεδίο στατικών φορτίων είναι ανεξάρτητο της διαδρομής και εξαρτάται μόνον από την αρχική και την τελική θέση.**

Ένα πεδίο με την ιδιότητα αυτή λέγεται **συντηρητικό**. Έχουμε λοιπόν:

**Το στατικό ηλεκτρικό πεδίο είναι συντηρητικό**

Με αυτά υπ’ όψη, βλέπουμε ότι έχει έννοια να αντιστοιχήσουμε με μονοσήμαντο τρόπο σε κάθε σημείο του πεδίου ένα μονόμετρο μέγεθος. Αυτό γίνεται ως εξής.

Μετακινούμε από ένα σημείο Α του πεδίου ένα θετικό σημειακό φορτίο  έως το άπειρον. Εκεί βρίσκεται εκτός πεδίου. Το έργο που παράγεται από το πεδίο εξαρτάται τόσο από την αρχική θέση Α όσο και από το μέγεθος του φορτίου . Αν διαιρέσουμε όμως το έργο αυτό με το φορτίο , τότε αυτό που προκύπτει εξαρτάται μόνον από το σημείο Α. Ορίζουμε λοιπόν:

**Δυναμικό ηλεκτρικού πεδίου** 

Μονάδα δυναμικού είναι το Volt (V) από το όνομα του Ιταλού φυσικού και εφευρέτη της ηλεκτρικής στήλης Alessandro **Volta** (1745-1827). Διαστατικά η μονάδα Volt είναι:



Το δυναμικό είναι ως πηλίκο δύο μονόμετρων μεγεθών μονόμετρο μέγεθος επίσης.

**Το δυναμικό του στατικού πεδίου είναι μονοσήμαντη συνάρτηση της θέσης.**

Θα υπολογίσουμε τώρα το δυναμικό σε απόσταση r από ένα σημειακό φορτίο Q. Το πεδίο αυτό είναι κεντρικό. Έχουμε:



Στην εξίσωση αυτή το πρόσημο του δυναμικού ορίζεται από το είδος του φορτίου Q. Αν το φορτίο είναι θετικό, τότε και το δυναμικό είναι θετικό και αν το φορτίο είναι αρνητικό, τότε και το δυναμικό είναι αρνητικό. Διαιρούμε λοιπόν το έργο W που μόλις υπολογίσαμε με το φορτίο και βρίσκουμε το δυναμικό  σε απόσταση r από το σημειακό φορτίο Q

**Δυναμικό κεντρικού ηλεκτρικού πεδίου** 

**Ε10** Να υπολογιστεί το δυναμικό σε απόσταση r=3,87cm από φορτίο .





**Ε11** Δίνονται δύο σημειακά φορτία Ένα θετικό  και ένα αρνητικό . Να υπολογίσετε το δυναμικό σε ένα σημείο, που απέχει από το πρώτο και  από το δεύτερο.

Το δυναμικό είναι μονόμετρο μέγεθος επομένως:

**Ε12** Δίνονται δύο σημειακά φορτία  και  σε απόσταση. Να υπολογίσετε το έργο που παράγεται όταν ένα από τα δύο μετακινηθεί έξω από το πεδίο του άλλου.

Σε απόσταση  από το πρώτο φορτίο το δυναμικό είναι:

Η **διαφορά δυναμικού**  μεταξύ δύο σημείων Α κα Β είναι αντίστοιχα το πηλίκο του έργου  προς το θετικό φορτίο όταν μεταβεί από το Α στο Β. Για να βρούμε το έργο  μπορούμε πάλι να ακολουθήσουμε οποιαδήποτε διαδρομή, π.χ. να μεταφέρουμε το φορτίο  από το Α εκτός πεδίου και στη συνέχεια να το φέρουμε στο Β. Τότε , οπότε και , επομένως:

**Διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων Α και Β**  

**Ε13** Δίνεται το αρνητικό σημειακό φορτίο Q=3pC. Να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων Α και Β, που απέχουν αποστάσεις  και από το φορτίο.

Υπολογίζουμε τα δυναμικά στα σημεία Α και Β:

Προφανώς η διαφορά δυναμικού είναι -0,965V.

**Ε14** Σφαιρίδιο μάζας  φέρει φορτίο . Αφήνουμε το σφαιρίδιο ελεύθερο να μετακινηθεί μεταξύ δύο σημείων με διαφορά δυναμικού . Να βρεθεί η ταχύτητα που θα αποκτήσει.

Η κινητική ενέργεια  του σφαιριδίου είναι ίση με το έργο W κατά τη μετακίνησή του μεταξύ των δύο σημείων

**Η σχέση μεταξύ της έντασης και του δυναμικού**

Λαμβάνουμε τον ορισμό του δυναμικού



όπου  είναι το έργο, το οποίο παράγει η δύναμη του ηλεκτρικού πεδίου F κατά τη μετακίνηση του φορτίου  από το σημείο Α έως ότου βγει από το πεδίο, δηλαδή σε άπειρη απόσταση. Επειδή η δύναμη είναι συνάρτηση της θέσης, ο υπολογισμός του έργου γίνεται με ολοκλήρωση. Διαμερίζουμε δηλαδή τη διαδρομή σε απειροστά μικρά τμήματα ds, υπολογίζουμε το έργο για κάθε ένα από αυτά και εν συνεχεία τα προσθέτουμε. Δηλαδή:



Το γινόμενο στο ολοκλήρωμα είναι το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων  και :





Λαμβάνουμε έτσι μια γενική σχέση του δυναμικού συναρτήσει της έντασης

**Δυναμικό συναρτήσει της έντασης** 

και

**Διαφορά δυναμικού συναρτήσει της έντασης** 

Αν τα σημεία Α και Β συμπίπτουν, τότε όπως γνωρίζουμε, η διαφορά δυναμικού είναι μηδέν. Σε αυτή την περίπτωση η ολοκλήρωση στο δεξιό της τελευταίας εξίσωσης γίνεται σε μια κλειστή γραμμή κατά μήκος της οποίας περιφέρουμε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου. Η πράξη αυτή λέγεται **κυκλοφορία**. Έχουμε λοιπόν:

**Κυκλοφορία της έντασης του στατικού ηλεκτρικού πεδίου** 

Αναδιατυπώνουμε τώρα τη συντηρητική ιδιότητα του στατικού ηλεκτρικού πεδίου ως εξής:

**Η κυκλοφορία της έντασης του στατικού ηλεκτρικού πεδίου είναι μηδέν**

Θα αναζητήσουμε τώρα το αντίστροφο, δηλαδή μια σχέση της έντασης συναρτήσει του δυναμικού. Ξεκινάμε από την απλή περίπτωση ενός κεντρικού πεδίου, όπου το δυναμικό είναι  και αναζητούμε τον τρόπο που μεταβάλλεται συναρτήσει του r. Για να τον βρούμε πρέπει να παραγωγίσουμε ως προς r. Ή παραγώγιση μας δίνει:



Όμως το  είναι η ένταση Ε του πεδίου. Βλέπουμε λοιπόν ότι:



Το δυναμικό είναι όμως μονόμετρο μέγεθος και η παράγωγός του επίσης. Ως εκ τούτου η σχέση αυτή μας δίνει μόνο το μέτρο της έντασης. Για να βρούμε τη διανυσματική της έκφραση, πρέπει να της αποδώσουμε διεύθυνση και φορά. Αυτό επιτυγχάνεται με την εισαγωγή ενός **μοναδιαίου** διανύσματος , δηλαδή ενός διανύσματος που έχει μέτρο ίσο προς τη μονάδα και διεύθυνση και φορά αυτή της ακτίνας r. Έτσι η ένταση λαμβάνει διανυσματική υπόσταση και γράφεται:



Η περίπτωση του κεντρικού πεδίου, που μόλις εξετάσαμε, διαθέτει το πλεονέκτημα της **σφαιρικής συμμετρίας**. Με αυτό εννοούμε ότι η εικόνα του πεδίου σε μια σφαιρική επιφάνεια με κέντρο το φορτίο είναι παντού η ίδια, αφού μεταβάλλεται μόνο συναρτήσει της απόστασης r. Στη γενική περίπτωση ενός πεδίου στο χώρο πρέπει να λάβουμε υπ΄ όψη και τις τρεις διαστάσεις x, y, z.

Θεωρούμε λοιπόν ένα τέτοιο πεδίο, όπου το δυναμικό είναι μία συνάρτηση U(x,y,z). Εκεί ορίζουμε τρία μοναδιαία διανύσματα κατά μήκος των τριών αξόνων ενός ορθογωνίου Καρτεσιανού συστήματος, τα οποία συμβολίζουμε συνήθως , ,  για τους άξονες x, y, z αντίστοιχα. Η συνιστώσες της έντασης κατά τη διεύθυνση κάθε άξονα είναι:







Το σύμβολο  εννοεί τη **μερική παράγωγο**. Όταν έχουμε μια συνάρτηση περισσοτέρων μεταβλητών, π.χ. την  και την παραγωγίζουμε ως προς x, λέμε ότι κάνουμε **μερική παραγώγιση**. Στη μερική παραγώγιση εργαζόμαστε όπως στις απλές συναρτήσεις θεωρώντας τις άλλες μεταβλητές σταθερές. Έτσι για το τρέχον παράδειγμα έχουμε  και . Προσθέτουμε τις , ,  διανυσματικά και βρίσκουμε την ολική ένταση. Λαμβάνουμε έτσι τη σχέση της έντασης συναρτήσει του δυναμικού:

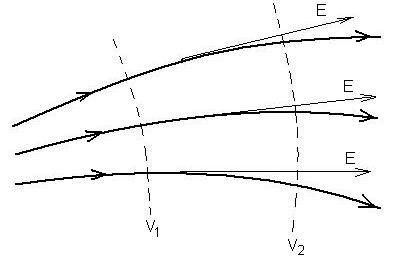
**Ένταση συναρτήσει δυναμικού**



**Η απεικόνιση του ηλεκτρικού πεδίου**

Στο σχήμα  σελίδα 15 βλέπουμε την απεικόνιση ενός ηλεκτρικού πεδίου μέσω των **δυναμικών** και των **ισοδυναμικών** γραμμών. Οι συνεχείς γραμμές είναι οι δυναμικές γραμμές, ενώ οι διακοπτόμενες οι ισοδυναμικές. Οι δυναμικές γραμμές σχεδιάζονται έτσι, ώστε η πυκνότητά τους να είναι ανάλογη της έντασης του πεδίου κι επί πλέον να είναι παντού εφαπτόμενες στο διάνυσμα της έντασης Ε. Τα βέλη μας δίνουν τη φορά της έντασης, επομένως:

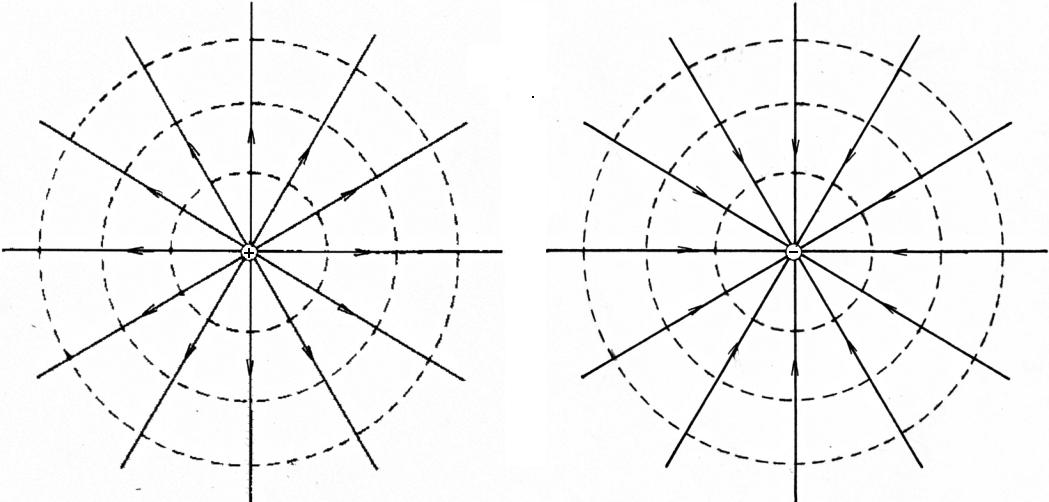
**Οι δυναμικές γραμμές πηγάζουν από τα θετικά και καταλήγουν στα αρνητικά φορτία.**



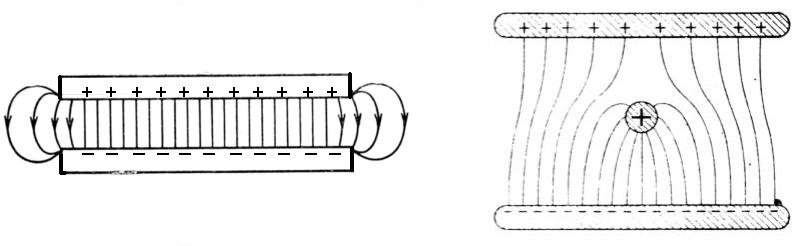
Οι ισοδυναμικές γραμμές διέρχονται από σημεία με το ίδιο δυναμικό. Οι ισοδυναμικές γραμμές σχεδιάζονται έτσι ώστε να είναι κάθετες στις δυναμικές. Αυτό είναι συνέπεια του εξής γεγονότος. Αν μετακινήσουμε ένα φορτίο επάνω σε μια ισοδυναμική γραμμή, τότε το έργο είναι προφανώς μηδέν. Για να συμβαίνει όμως αυτό, πρέπει η ένταση του πεδίου να είναι κάθετη σε κάθε σημείο της διαδρομής, εν προκειμένω στην ισοδυναμική γραμμή Στο χώρο τα σημεία που έχουν ίδιο δυναμικό ορίζουν **ισοδυναμικές επιφάνειες**.

**Οι δυναμικές γραμμές είναι κάθετες στις ισοδυναμικές επιφάνειες**

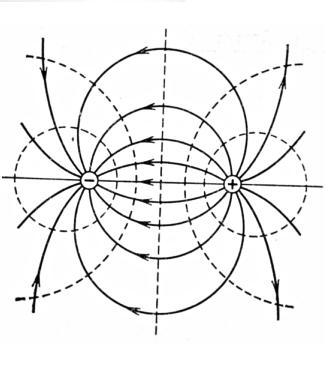
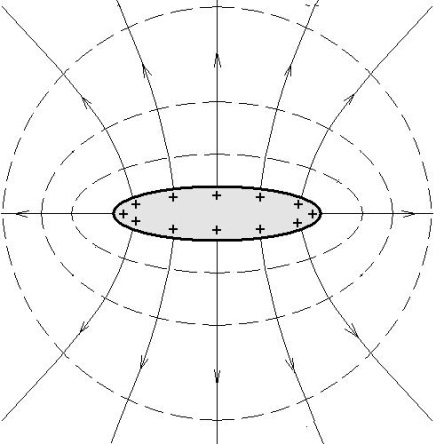
Τα σχήματα  και  εικονίζουν τα πεδία γύρω από απομονωμένα σημειακά φορτία θετικό και αρνητικό αντίστοιχα. Όπως αναφέραμε ήδη, τα πεδία αυτά ονομάζονται κεντρικά. Το σχήμα  σελίδα 16 εικονίζει το πεδίο στην περιοχή δύο επιπέδων και παραλλήλων μεταλλικών πλακών που φέρουν ίσα και ετερώνυμα φορτία. Οι δυναμικές γραμμές στο χώρο μεταξύ των πλακών είναι παράλληλες και ισαπέχουν μεταξύ τους. Αυτό δηλώνει ότι η ένταση του πεδίου εκεί είναι σταθερή. Τα πεδία όπου η ένταση είναι σταθερή ονομάζονται **ομογενή**. Στο σχήμα  σελίδα 16 έχουμε συγκεντρώσει μερικά από τα θετικά φορτία της μιας πλάκας στο μέσο του ενδιάμεσου χώρου. Στο σχήμα  σελίδα 16 εικονίζεται το πεδίο κοντά σε ένα **ηλεκτρικό δίπολο**, δηλαδή ένα σύστημα δύο ίσων ετερωνύμων σημειακών φορτίων.





Στο σχήμα  εικονίζεται τέλος το πεδίο γύρω από ένα φορτισμένο αγωγό με ελλειπτική επιφάνεια. Πολύ κοντά στον αγωγό οι ισοδυναμικές επιφάνειες έχουν την ίδια μορφή με εκείνη του αγωγού, όμως όσο απομακρύνονται, τείνουν να γίνουν σφαιρικές. Σε πολύ μεγάλη απόσταση όπου ο αγωγός συμπεριφέρεται ως σημειακό φορτίο, οι ισοδυναμικές επιφάνειες γίνονται τελικά κυκλικές. Παρατηρούμε επίσης ότι η πυκνότητα του φορτίου είναι μεγαλύτερη στα σημεία της επιφάνειας με τη μεγαλύτερη καμπυλότητα.

Στους φορτισμένους αγωγούς τα φορτία είναι ελεύθερα. Με αυτό εννοούμε ότι μπορούν να κινούνται προς όλες τις διευθύνσεις. Επειδή τα φορτία ασκούν ανά δύο αμοιβαίες απωστικές δυνάμεις, απομακρύνονται και καταλαμβάνουν θέση στην εξωτερική επιφάνεια του αγωγού, όπου οι αποστάσεις μεταξύ τους είναι οι μέγιστες δυνατές. Στο εσωτερικό των αγωγών δεν υπάρχει επομένως φορτίο. Αυτό έχει δύο συνέπειες.

Σε κατάσταση ισορροπίας οι εξωτερικές επιφάνειες των αγωγών είναι ισοδυναμικές. Αν δεν ήταν, τότε δε θα υπήρχε ισορροπία, αφού τα φορτία θα μετακινούνταν έως ότου εξισωθούν τα δυναμικά. Οι δυναμικές γραμμές είναι επομένως κάθετες στις επιφάνειες των αγωγών.

Στο εσωτερικό των αγωγών η ένταση είναι μηδέν. Αν δεν ήταν, τότε οι δυναμικές γραμμές θα έπρεπε να έχουν το ένα όριό τους σε φορτίο της επιφάνειας και το άλλο σε ετερώνυμο στο εσωτερικό του αγωγού, αφού έχουν αρχή τα θετικά φορτία και τέλος στα αρνητικά. Αυτό όμως δε συμβαίνει, γιατί στο εσωτερικό των αγωγών δεν υπάρχουν φορτία. Συνοψίζουμε λοιπόν:

**Οι δυναμικές γραμμές πηγάζουν από τα θετικά φορτία, τέμνουν κάθετα τις ισοδυναμικές επιφάνειες και καταλήγουν στα αρνητικά φορτία. Στους αγωγούς τα φορτία είναι ελεύθερα και ισορροπούν στις επιφάνειές τους. Οι εξωτερική επιφάνεια ενός αγωγού είναι ισοδυναμική επιφάνεια. Στο εσωτερικό των αγωγών η ένταση του πεδίου είναι μηδέν.**

**Α6** Δίνονται δύο ετερώνυμα σημειακά φορτία  και  σε απόσταση . Να υπολογίσετε την αμοιβαία ελκτική δύναμη (2,34Ν)

**Α7** Δύο σημειακά φορτία  και  βρίσκονται σε απόσταση r=3,7cm. Να υπολογίσετε την αμοιβαία δύναμη (232,9Ν)

**Α8**  Δύο σημειακά φορτία και  βρίσκονται σε απόσταση r=9,1cm. Να υπολογίσετε τη δύναμη που ασκείται από το ένα φορτίο στο άλλο. (F=0,0500Ν)

**A9** Δύο σφαιρίδια πολύ μικρών διαστάσεων, έτσι ώστε να θεωρούνται σημειακά, ισορροπούν στην ίδια κατακόρυφο. Τα σφαιρίδια που έχουν ίσα βάρη  φέρουν ετερώνυμα φορτία  και . Το υπερκείμενο συγκρατείται σε σταθερή θέση. Ποια είναι η απόσταση h μεταξύ τους; (h=0,323m)

**Α10** Τρία θετικά σημειακά φορτία Q=2μC βρίσκονται στις κορυφές ορθογωνίου ισοσκελούς τριγώνου με μήκος σκελών a=3cm. Να υπολογίσετε τη συνισταμένη δύναμη F που ασκείται από τα δύο φορτία της βάσης στο φορτίο της κορυφής. (56,6N)

**Α11** Να υπολογίσετε: Α) την ένταση και Β) το δυναμικό σε απόσταση από ένα απομονωμένο πρωτόνιο. Δίνεται το στοιχειώδες θετικό φορτίο  (Α) Β)14,4V)

**Α12** Να υπολογίσετε το δυναμικό σε απόσταση  από αρνητικό φορτίο . (U=-700,5V)

**Α13** Δίνεται θετικό σημειακό φορτίο Q=73μC. Να υπολογιστούν: Α) η ένταση και Β) το δυναμικό του πεδίου σε απόσταση r=15,3m. (, )

**A14** Η ακτίνα της τροχιάς του ηλεκτρονίου στη θεμελιώδη κατάσταση του ατόμου του Υδρογόνου (ακτίνα Bohr) είναι . Να υπολογίσετε το έργο ιονισμού του ατόμου του Υδρογόνου, δηλαδή το έργο που απαιτείται να παράγουμε για να απομακρύνουμε το ηλεκτρόνιο στο άπειρον. Δίνεται:  ()

**Α15** Δύο ίσα ετερώνυμα φορτία  βρίσκονται σε απόσταση . Να υπολογίσετε: Α) την ένταση Β) το δυναμικό στο μέσον της απόστασης ()

**Α16** Δύο ομώνυμα φορτία  και  απέχουν μεταξύ τους κατά r=9,245cm. Υπάρχει μία θέση επί της ευθείας που διέρχεται από τα φορτία, όπου η ένταση μηδενίζεται. Να βρείτε τις αποστάσεις της και  από τα δύο φορτία και να υπολογίσετε το δυναμικό στη θέση αυτή. (, , )

**Α17** Δύο ετερώνυμα φορτία  και  απέχουν μεταξύ τους κατά r=7,439cm. Υπάρχει μία θέση επί της ευθείας που διέρχεται από τα φορτία, όπου η ένταση μηδενίζεται. Να βρείτε τις αποστάσεις της και  από τα δύο φορτία και να υπολογίσετε το δυναμικό στη θέση αυτή. (, , )

**Α18** Δύο ίσα σημειακά θετικά φορτία Q=4,3μC βρίσκονται σε απόσταση r=8,7cm. Να υπολογίσετε την ένταση και το δυναμικό σε σημείο της μεσοκαθέτου επί της ευθείας που διέρχεται από τα φορτία και σε ύψος h=6,4cm. ( , )

**Α19** Δύο θετικά σημειακά φορτία  και  βρίσκονται σε απόσταση r=17cm. Να υπολογίσετε την ένταση Ε του πεδίου σε σημείο Α που απέχει απόσταση  από το πρώτο και  από το δεύτερο. (, )

**Α20** Δίνεται σημειακό θετικό φορτίο Q=2,983nC. Να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων Α και Β, που απέχουν αποστάσεις  και  αντίστοιχα. ()

**Α21** Δίνεται σημειακό αρνητικό φορτίο Q=2,983nC. Να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ δύο σημείων Α και Β, που απέχουν αποστάσεις  και  αντίστοιχα. ()

**Α22** Ένα ηλεκτρόνιο επιταχύνεται από δυναμικό U=600V. Να υπολογίσετε την ταχύτητα που θα αποκτήσει. Δίνονται: μάζα ηλεκτρονίου , φορτίο ηλεκτρονίου (απόλυτα) . ( Η ταχύτητα αυτή είναι μικρή συγκρινόμενη με εκείνη του φωτός ώστε οι υπολογισμοί να ισχύουν στα πλαίσια της κλασσικής Φυσικής)

**Α23** Λεπτός δακτύλιος ακτίνας R=8cm φέρει ομοιόμορφα κατανεμημένο φορτίο Q=3nC. Να υπολογίσετε: Α) την ένταση και Β) το δυναμικό σε σημείο του κάθετου προς το δακτύλιο άξονα συμμετρίας σε απόσταση h=6cm από το κέντρο. Υπόδειξη: Το φορτίο του δακτυλίου δεν είναι σημειακό. Πρέπει να το διαμερίσετε σε στοιχειώδη σημειακά φορτία dQ και αφού υπολογίσετε τα αντίστοιχα στοιχειώδη dE και dU, να προχωρήσετε με ολοκλήρωση στον υπολογισμό των ζητουμένων μεγεθών. (Α)  Β) )

**Η ηλεκτρική ροή και το θεώρημα του Gauss για το ηλεκτρικό πεδίο**

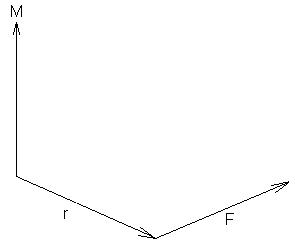
Οι περιπτώσεις υπολογισμού της έντασης και του δυναμικού πεδίου που αντιμετωπίσαμε ως αφορούσαν είτε απομονωμένα σημειακά φορτία, είτε απλά συστήματα διακριτών φορτίων σε αλληλεπίδραση. Στη γενική περίπτωση ο προσδιορισμός της ακριβούς μορφής ενός πεδίου που παράγεται από μια συνεχή κατανομή φορτίου είναι δύσκολη υπόθεση. Υπάρχει όμως ένα θεώρημα, που ορίζει τη σχέση μεταξύ του φορτίου που περικλείεται από μια επιφάνεια και της έντασης του πεδίου στα σημεία της επιφάνειας αυτής. Το θεώρημα αυτό διατύπωσε ο Γερμανός μαθηματικός, φυσικός και αστρονόμος Karl Friedrich **Gauss** (1777-1855). Για να τον κατανοήσουμε, πρέπει προηγουμένως να γνωρίσουμε πώς εκπροσωπούμε μια επιφάνεια.

Λέμε ότι ένα μέγεθος είναι διανυσματικό, αν έχει έννοια να του αποδίδουμε διεύθυνση και φορά. Αυτό κρίνεται από το αποτέλεσμα. Η ταχύτητα ενός κινητού είναι διανυσματικό μέγεθος, γιατί αν αλλάξουμε τη διεύθυνση της κίνησης, θα αλλάξει και το αποτέλεσμα, αφού το κινητό θα καταλήξει αλλού. Το ίδιο συμβαίνει και με τη δύναμη και την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου. Αυτά τα μεγέθη, που έχουν διεύθυνση και φορά οριζόμενες από το ίδιο το αποτέλεσμα τα ονομάζουμε **πολικά** διανύσματα, ή απλά διανύσματα.

Υπάρχουν εν τούτοις και μεγέθη, για τα οποία έχει μεν έννοια να τους προσδίδουμε διεύθυνση και φορά, όμως αυτές δεν προκύπτουν από το ίδιο το αποτέλεσμα, αλλά από ένα συμβατικό κανόνα. Ένα τέτοιο μέγεθος είναι η ροπή δύναμης, που βλέπουμε στο σχήμα  σελίδα 20. Για να ορίσουμε διεύθυνση και φορά εισάγουμε τον **κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία**, όπως στο σχήμα  σελίδα 20. Θα πρέπει να θυμηθούμε ότι η ροπή ορίζεται ως το **διανυσματικό γινόμενο** της θέσης  επί τη δύναμη :

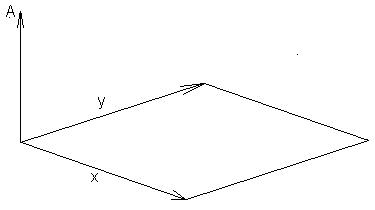
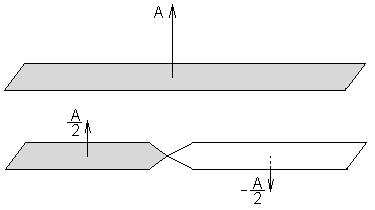
**Ροπή δύναμης **

και ότι εδώ παίζει ρόλο η σειρά των παραγόντων, γιατί για να ορίσουμε τη διεύθυνση και τη φορά της ροπής ****στρέφουμε από το συντομότερο δρόμο το πρώτο (δηλαδή το ) προς το δεύτερο (το ) και βλέπουμε πώς προχωράει μια κοινή δεξιόστροφη βίδα. Τέτοια μεγέθη των οποίων η διεύθυνση και η φορά ορίζονται από το συμβατικό κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία ονομάζονται **ψευδανύσματα**. Εκτός από τη ροπή ψευδανύσματα είναι η γωνιακή ταχύτητα και όπως θα γνωρίσουμε, η μαγνητική επαγωγή καθώς και η ηλεκτρική και η μαγνητική ροπή.

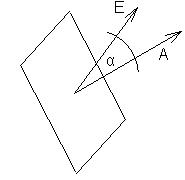
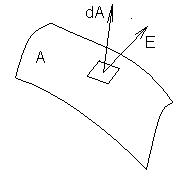
 

Μια επιφάνεια έχει νόημα να διαθέτει διεύθυνση και φορά και τούτο γιατί ο προσανατολισμός της αλλάζει το αποτέλεσμα. Μπορούμε να βλέπουμε π.χ. το εξώφυλλο ενός βιβλίου, αλλά όταν το γυρίσουμε ανάποδα, παύουμε να το βλέπουμε. Ο τρόπος που εκπροσωπούμε διανυσματικά μια επιφάνεια φαίνεται στο σχήμα  και είναι συνεπής με τον κανόνα του δεξιόστροφου κοχλία. Εκεί έχουμε διατάξει ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με πλευρές x και y, τις οποίες έχουμε διατάξει σε ένα θετικά προσανατολισμένο ορθογώνιο σύστημα αξόνων. Τι σημαίνει αυτό. Μια φορά περιστροφής ορίζεται θετική, αν είναι αντίθετη από τη φορά των δεικτών του ρολογιού. Αυτό είναι γνωστό και από τον τριγωνομετρικό κύκλο. Ανάμεσα στα x και y υπάρχει λοιπόν ένα ‘’πρώτο’’ και ένα ‘’δεύτερο’’. Στην προκειμένη περίπτωση και όπως βλέπουμε το σχήμα  ‘’πρώτο’’ είναι το x. Ορίζουμε λοιπόν την επιφάνεια ως ένα διάνυσμα μέτρου A=xy με διεύθυνση κάθετη στο επίπεδό των x και y και φορά ίδια με εκείνη που προχωράει δεξιόστροφος κοχλίας, ο οποίος στρέφεται όπως το x προς το y από το συντομότερο δρόμο.

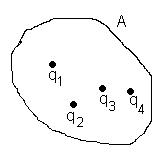
Βεβαίως έτσι που τα παρουσιάζουμε προκύπτει ότι ο προσανατολισμός της επιφάνειας ορίζεται από την όψη που βλέπουμε και πράγματι έτσι είναι. Είπαμε ότι ο κανόνας του δεξιόστροφου κοχλία είναι συμβατικός. Αυτό που βλέπουμε εμείς ως ‘’θετικό’’ εκπροσωπείται από ένα ψευδάνυσμα που κατευθύνεται προς τα εμάς και ως ‘’αρνητικό’’ ένα ψευδάνυσμα, που απομακρύνεται από εμάς. Άπαξ και ορίσουμε όμως τη θετική φορά για μια επιφάνεια, αυτή παραμένει η ίδια για όλη την έκτασή της όπως φαίνεται και στο σχήμα  σελίδα 20, όπου η εικονιζόμενη ταινία στρέφεται στο μέσο της κατά . Έτσι στο αριστερό μέρος της το διάνυσμα  παραμένει διευθυνόμενο προς τα επάνω, ενώ στο δεξιό προς τα κάτω. Αυτή η εμβόλιμη συζήτηση είναι πολύ χρήσιμη για να κατανοήσουμε στα επόμενα τα ηλεκτρομαγνητικά φαινόμενα. Ας επανέλθουμε όμως στο αντικείμενο της ηλεκτρικής ροής και το νόμο του Gauss.

Θεωρούμε την επίπεδη επιφάνεια Α μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο έντασης Ε όπως στο σχήμα . Τα διανύσματα Α και Ε σχηματίζουν γωνία α. Το γινόμενο  είναι το εσωτερικό γινόμενο των διανυσμάτων Ε και Α και το συμβολίζουμε. Στο εσωτερικό γινόμενο δεν παίζει ρόλο η σειρά των παραγόντων. Ένα γνωστό μας φυσικό μέγεθος που προκύπτει ως εσωτερικό γινόμενο είναι το έργο δύναμης. Το πρόσημο του εσωτερικού γινομένου ορίζεται από το πρόσημο του συνημιτόνου . Αν η γωνία α είναι μικρότερη από , τότε είναι θετικό. Αυτό συμβαίνει όταν οι δυναμικές γραμμές ‘’τρυπάνε’’ την επιφάνεια Α από την πίσω πλευρά κα βγαίνουν εμπρός όπως στο σχήμα . Το αντίθετο συμβαίνει όταν οι δυναμικές γραμμές διαπερνάνε την επιφάνεια προς τα πίσω. Ειδικά στην περίπτωση, που η επιφάνεια είναι παράλληλη στις δυναμικός γραμμές, δηλαδή , τότε το εσωτερικό γινόμενο .

Αν η επιφάνεια είναι καμπύλη όπως στο σχήμα , τότε τη διαμερίζουμε σε απειροστά μικρές επίπεδες επιφάνειες dA και σχηματίζουμε για κάθε τέτοια το εσωτερικό γινόμενο  , όπου  είναι η ένταση του πεδίου εκεί. Αν αθροίσουμε τώρα όλα αυτά τα εσωτερικά γινόμενα, τότε λαμβάνουμε ένα ολοκλήρωμα, το οποίο ονομάζεται επιφανειακό, επειδή αφορά όλα τα σημεία της επιφάνειας Α. Ορίζουμε λοιπόν:

**Ροή ηλεκτρικού πεδίου**  σε 



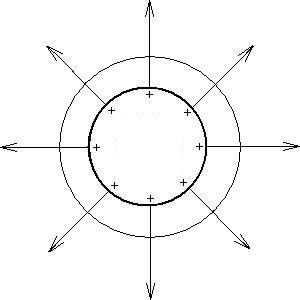
Θεωρούμε τώρα μια κλειστή επιφάνεια, η οποία περιβάλλει κάποια φορτία … όπως στο σχήμα  . Κλειστή είναι μια επιφάνεια που δεν έχει τρύπες. Ισχύει:

**Θεώρημα του Gauss για το ηλεκτρικό πεδίο στο κενό **

Το θεώρημα του Gauss περιγράφει κατά πολύ γενικό τρόπο το ηλεκτρικό πεδίο και δεν οδηγεί πάντοτε σε λύσεις, όμως είναι πολύ χρήσιμο στις περιπτώσεις που έχουμε συμμετρικά πεδία. Παρακάτω θα δούμε μερικές τέτοιες απλές περιπτώσεις.

**Υπολογισμός της έντασης πεδίων με το θεώρημα του Gauss**

**Το πεδίο γύρω από σφαιρικό αγωγό**. Στο σχήμα  ο έντονος κύκλος εικονίζει ένα συμπαγή σφαιρικό αγωγό ακτίνας R με θετικό φορτίο Q. Θα αναζητήσουμε την ένταση του πεδίου σε απόσταση  από το κέντρο του αγωγού. Θα είναι πολύ δύσκολο να καταλήξουμε σε ένα συμπέρασμα ξεκινώντας από το ορισμό της έντασης όπως κάναμε για το σημειακό φορτίο. Κάτι τέτοιο προϋποθέτει ότι θα πρέπει να υπολογίσουμε τη συνισταμένη ένταση που παράγεται από όλα τα φορτία της σφαίρας, πράγμα που οδηγεί σε μια πολύ περίπλοκη ολοκλήρωση. Ο υπολογισμός γίνεται όμως εύκολα με το θεώρημα του Gauss.



Η γεωμετρία του σχήματος παρέχει σφαιρική συμμετρία. Όλα τα σημεία της σφαίρας είναι ισοδύναμα, επομένως σε ίσες αποστάσεις από το κέντρο της σφαίρας πρέπει να έχουμε ίσες εντάσεις. Ένα άλλο στοιχείο, που προκύπτει από τη σφαιρική συμμετρία είναι ότι οι δυναμικές γραμμές έχουν ακτινικές διευθύνσεις. Επί πλέον απομακρύνονται γιατί πηγάζουν από θετικά φορτία. Θεωρούμε λοιπόν μια ομόκεντρη σφαιρική επιφάνεια ακτίνας , που περιβάλλει τον αγωγό, όπως στο σχήμα  . Κάθε στοιχειώδης επιφάνειά της dA εκπροσωπείται από ένα διάνυσμα με ακτινική διεύθυνση επίσης και φορά προς τα έξω. Τα E και dA είναι επομένως παράλληλα και ομόρροπα. Αυτό σημαίνει ότι . Επί πλέον για λόγους συμμετρίας η ένταση έχει σε κάθε σημείο της σφαιρικής επιφάνειας που περιβάλει τον αγωγό την ίδια τιμή. Από το θεώρημα του Gauss έχουμε:



Το ολοκλήρωμα  μας δίνει την ίδια την επιφάνεια της περιβάλουσας σφαίρας, που είναι , επομένως:

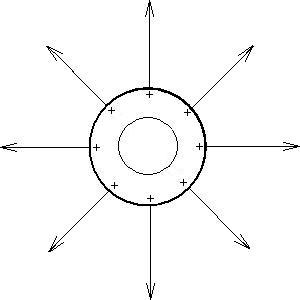


Βρίσκουμε έτσι ότι:

**Ένταση πεδίου γύρω από σφαιρικό αγωγό**  

Με άλλα λόγια το πεδίο στην επιφάνεια και γύρω από τον αγωγό έχει την ίδια μορφή με εκείνη ενός σημειακού φορτίου που καταλαμβάνει θέση στο κέντρο του αγωγού. Θα εξετάσουμε τώρα τι συμβαίνει με την ένταση στο εσωτερικό του αγωγού.

**Το πεδίο στο εσωτερικό σφαιρικού αγωγού**. Όπως γνωρίσαμε ήδη, τα φορτία στους αγωγούς κινούνται ελεύθερα καθώς και ότι εξ αιτίας των αμοιβαίων απωστικών δυνάμεων καταλαμβάνουν θέσεις στην εξωτερική επιφάνεια των αγωγών. Αν θεωρήσουμε τώρα μια σφαιρική επιφάνεια ακτίνας όπως στο σχήμα , τότε το φορτίο που περιέχει είναι προφανώς μηδέν. Στην περίπτωση αυτή το θεώρημα του Gauss μας δίνει:





Επομένως:

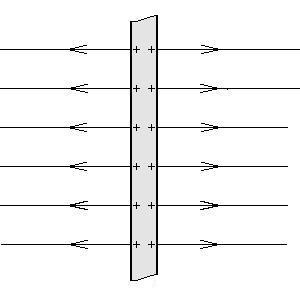
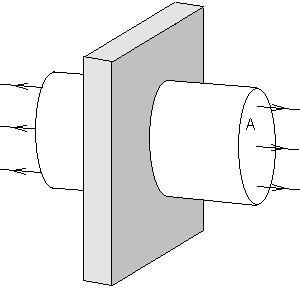
**Ένταση πεδίου στο εσωτερικό σφαιρικού αγωγού**  r<R

Αυτό το αναμέναμε άλλωστε, αφού όπως σημειώσαμε η ένταση είναι μηδέν στο εσωτερικό οποιουδήποτε αγωγού. Το επαληθεύσαμε όμως για ένα σφαιρικό αγωγό με τη βοήθεια του θεωρήματος του Gauss.

**Ένταση πεδίου ένθεν και ένθεν μιας φορτισμένης πλάκας απείρων διαστάσεων**. Θεωρούμε μιαν αγώγιμη πλάκα απείρων διαστάσεων, που είναι ομοιόμορφα φορτισμένη θετικά. Θα κάνουμε τους εξής συλλογισμούς ξεκινώντας από το γεγονός ότι το φορτίο βρίσκεται στις δύο επιφάνειες της πλάκας. Για λόγους κατοπτρικής συμμετρίας το πεδίο από τη μια πλευρά θα πρέπει να έχει την ίδια μορφή με εκείνη της άλλης. Επί πλέον πρέπει να είναι και ομογενές και κάθετο στην πλάκα. Σε αντίθετη περίπτωση παραβιάζεται η συμμετρία. Φθάνουμε έτσι στην εικόνα του πεδίου, που μας δίνει το σχήμα .

Για να προχωρήσουμε στη μελέτη του πεδίου θα εισάγουμε ένα νέο μέγεθος, που είναι η **επιφανειακή πυκνότητα φορτίου**. Αυτό είναι το πηλίκο του φορτίου προς το εμβαδόν της επιφάνειας στο οποίο περιέχεται. Ορίζουμε λοιπόν:

**επιφανειακή πυκνότητα φορτίου**  σε 

Στην προκειμένη περίπτωσή, όπου η πλάκα είναι ομοιόμορφα φορτισμένη, η επιφανειακή πυκνότητα του φορτίου έχει σε όλη την έκτασή της την ίδια τιμή. Θεωρούμε τώρα έναν κύλινδρο, του οποίου η παράπλευρη επιφάνεια διαπερνά κάθετα την πλάκα όπως στο σχήμα . Οι δυναμικές γραμμές είναι παράλληλες στην παράπλευρη επιφάνεια του κυλίνδρου και τέμνουν κάθετα τις βάσεις του κάθε μια από τις οποίες έχει εμβαδόν Α. Η ηλεκτρική ροή μέσα από την παράπλευρη επιφάνεια είναι επομένως μηδέν, ενώ μέσα από κάθε μια από τις βάσεις είναι:



Το φορτίο που περικλείει ο κύλινδρος είναι:



Εφαρμόζουμε το θεώρημα του Gauss και βρίσκουμε:



Επομένως:

**Ένταση πεδίου ένθεν και ένθεν φορτισμένης πλάκας** 

**Ένταση πεδίου μεταξύ δύο επιπέδων παραλλήλων πλακών φορτισμένων με ίσα ετερώνυμα φορτία**. Αυτή είναι η περίπτωση του σχήματος  σελίδα 16. Όπως βλέπουμε εκεί, εκτός από μια στενή ζώνη κοντά στα περιθώρια των πλακών το πεδίο στον υπόλοιπο χώρο είναι πρακτικά ομογενές. Εκεί έχουμε λοιπόν σταθερή ένταση Ε με τις δυναμικές γραμμές να είναι ευθείες παράλληλες μεταξύ τους και να τέμνουν κάθετα τις φορτισμένες πλάκες.



Θεωρούμε τώρα τον κύλινδρο του σχήματος . Αυτός είναι τοποθετημένος έτσι ώστε ένα μέρος του να ‘’βυθίζεται’’ με την παράπλευρη επιφάνεια κάθετα στην πλάκα με το θετικό φορτίο. Οι δυναμικές γραμμές είναι επομένως παράλληλες στην παράπλευρη επιφάνεια του κυλίνδρου. Επί πλέον πηγάζουν από τα θετικά φορτία και περατώνονται στα αρνητικά της απέναντι πλάκας. Επειδή τα φορτία στις δύο πλάκες είναι ετερώνυμα, καταλαμβάνουν λόγω αμοιβαίας έλξης θέσεις στις εσωτερικές επιφάνειες των πλακών. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι μόνον η σκιασμένη βάση του κυλίνδρου εμβαδού Α τέμνεται από δυναμικές γραμμές, επομένως η ηλεκτρική ροή μέσα από όλη την επιφάνεια του κυλίνδρου είναι:



Το φορτίο που περιβάλλει ο κύλινδρος, είναι εκείνο που περιέχεται σε εμβαδόν Α της πλάκας. Αν έχουμε επιφανειακή πυκνότητα σ, τότε το φορτίο αυτό είναι:



Από το θεώρημα του Gauss βρίσκουμε λοιπόν:

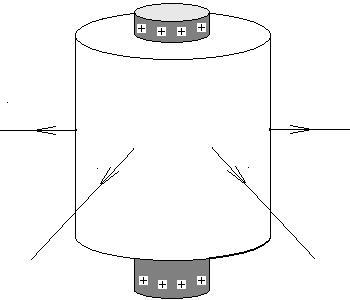
 

Αντικαθιστούμε το φορτίο μέσω της επιφανειακής πυκνότητας και βρίσκουμε:

**Ένταση πεδίου μεταξύ παραλλήλων πλακών** 

**Ένταση πεδίου γύρω από ένα φορτισμένο ευθύγραμμο σύρμα απείρου μήκους**. Εδώ έχουμε κυλινδρική συμμετρία. Με αυτό εννοούμε ότι αν κινηθούμε σε ίσες αποστάσεις από το σύρμα, πρέπει να βλέπουμε την ίδια εικόνα παντού. Επί πλέον οι δυναμικές γραμμές πρέπει να τέμνουν κάθετα το σύρμα, γιατί αλλιώς θα δείχνουν προτίμηση σε μια διεύθυνση, που δε δικαιολογείται όμως από τη συμμετρία στο χώρο. Θεωρούμε λοιπόν ένα νοητό κύλινδρο με άξονα το ίδιο το σύρμα όπως στο σχήμα . Για να προχωρήσουμε στη μελέτη μας εισάγουμε ένα βοηθητικό μέγεθος που ονομάζεται **γραμμική πυκνότητα φορτίου**. Αυτό είναι το πηλίκο του φορτίου προς το μήκος του σύρματος στο οποίο περιέχεται. Ορίζουμε λοιπόν:

**γραμμική πυκνότητα φορτίου**  σε 



Οι βάσεις του νοητού κυλίνδρου είναι παράλληλες στις γραμμές του πεδίου, επομένως η ροή μέσα από τις βάσεις είναι μηδέν. Για να υπολογίσουμε την ηλεκτρική ροή μέσα από όλη την επιφάνεια του κυλίνδρου, αρκεί να υπολογίσουμε επομένως μόνον εκείνη μέσα από την παράπλευρη επιφάνεια. Αν ο κύλινδρος έχει μήκος s και ακτίνα R, το εμβαδόν της παράπλευρης επιφάνειας είναι:



Οπότε η ηλεκτρική ροή είναι:



Το φορτίο που περιβάλλει ο κύλινδρος είναι:



Από το θεώρημα του Gauss βρίσκουμε:

Αντικαθιστούμε το φορτίο μέσω της επιφανειακής πυκνότητας και βρίσκουμε:

**Ένταση πεδίου γύρω από ευθύγραμμο σύρμα** 

**Α24** Να επαληθεύσετε διαστατικά το θεώρημα του Gauss. Υπόδειξη: θα αντικαταστήσετε τα μεγέθη του επιφανειακού ολοκληρώματος με τις αντίστοιχες μονάδες και θα εκτελέσετε τις αναγωγές μεταξύ τους έως ότου προκύψει η μονάδα του φορτίου.

**Α25** Δύο ομόκεντροι λεπτοί αγώγιμοι σφαιρικοί φλοιοί έχουν ακτίνες  και . Ο εσωτερικός αγωγός έχει θετικό φορτίο  και ο εξωτερικός αρνητικό φορτίο  . Α) Να απεικονίσετε σχηματικά το ηλεκτρικό πεδίο. Β) Να εφαρμόσετε το θεώρημα του Gauss για να υπολογίσετε την ένταση σε απόσταση 5cm, 2cm και 12cm από το κέντρο Κ. Υπόδειξη. Να λάβετε υπ’ όψη τη σφαιρική συμμετρία του προβλήματος (, 0, )

**Α 26**  Προσθέτουμε 7,2μC αρνητικό φορτίο στον εξωτερικό αγωγό της άσκησης Α25. Να σχεδιάσετε τις δυναμικές γραμμές του πεδίου και να υπολογίσετε την ένταση σε απόσταση 5cm και 12cm από το κέντρο Κ. (, )

**Α27** Να υπολογίσετε την επιφανειακή πυκνότητα ενός σφαιρικού αγωγού ακτίνας R=2,735cm που φέρει φορτίο Q=54,67nC. ()

**Α28** Δύο παράλληλες πλάκες απείρων διαστάσεων έχουν την ίδια επιφανειακή πυκνότητα θετικού φορτίου . Να σχεδιάσετε το ηλεκτρικό πεδίο και να υπολογίσετε την ένταση μεταξύ των πλακών και σε ένα σημείο έξω από αυτές. (0 )

**A29** Δύο παράλληλες πλάκες με ίσα ετερώνυμα φορτία Q=73,23pC και εμβαδόν  κάθε μία βρίσκονται σε απόσταση L=31,2mm. Να θεωρήσετε το πεδίο μεταξύ των πλακών ομογενές και να υπολογίσετε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ τους. (452V)

**Α30** Η γραμμική πυκνότητα φορτίου σε έναν κυλινδρικό αγωγό ακτίνας 3cm και πολύ μεγάλου μήκους είναι . Να υπολογίσετε: Α) Την ένταση του πεδίου σε αποστάσεις 7,4cm και 13,5cm από τον αγωγό. Β) Τη διαφορά δυναμικού μεταξύ αυτών των σημείων. (Α)  και  Β) )

**Α31** Θεωρούμε μια σφαίρα ακτίνας R φορτισμένη ομοιόμορφα με φορτίο Q. Να εφαρμόσετε το θεώρημα του Gauss και να αποδείξετε ότι η ένταση στο εσωτερικό της σφαίρας αυξάνει γραμμικά συναρτήσει της απόστασης r από το κέντρο σύμφωνα με τη σχέση 

**Το ηλεκτρικό δίπολο**

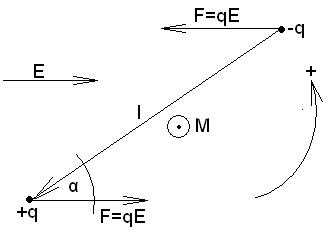
Το ηλεκτρικό δίπολο είναι ένα σύστημα ίσων ετερωνύμων ηλεκτρικών φορτίων  και  σε απόσταση l. Στο σχήμα  σελίδα 22 εικονίζεται το ηλεκτρικό πεδίο ενός ηλεκτρικού διπόλου. Θεωρούμε τώρα ένα ηλεκτρικό δίπολο μέσα σε πεδίο έντασης Ε όπως στο σχήμα . Εξ αιτίας των δυνάμεων  που δέχεται κάθε φορτίο από το πεδίο, ασκείται στο δίπολο η ροπή:



η οποία τείνει να στρέψει το δίπολο κατά τη θετική φορά, δηλαδή αντίστροφα προς τους δείκτες του ρολογιού.

Παρατηρούμε ότι η ασκούμενη ροπή εξαρτάται από το γινόμενο του φορτίου q επί την απόσταση l μεταξύ των δύο φορτίων. Το γινόμενο αυτό είναι χαρακτηριστικό του διπόλου και ονομάζεται **ηλεκτρική διπολική ροπή**

**Ηλεκτρική διπολική ροπή**  σε 



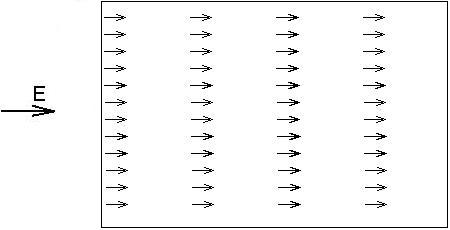
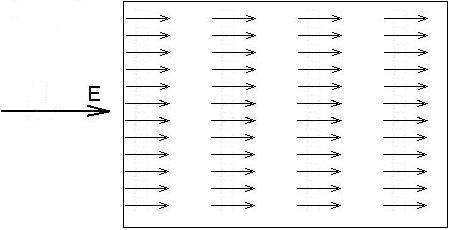
Η ηλεκτρική διπολική ροπή είναι διανυσματικό μέγεθος με διεύθυνση αυτή της ευθείας που διέρχεται από τα δύο φορτία και φορά από το αρνητικό προς το θετικό φορτίο όπως στο σχήμα . Η διανυσματική εξίσωση της ροπής που ασκείται στο ηλεκτρικό δίπολο από το πεδίο γράφεται είναι επομένως:

**Ροπή ασκούμενη από πεδίο σε ηλεκτρικό δίπολο** 

**Τα διηλεκτρικά**

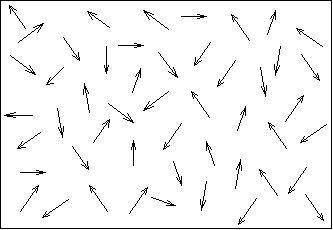
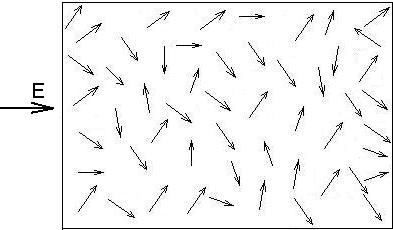
Διηλεκτρικά είναι οι μονωτές, όπως τα άλατα, το χαρτί, το αποσταγμένο νερό, το γυαλί κλπ. Σε αντίθεση με τους αγωγούς, όπου υπάρχουν ελεύθερα ηλεκτρόνια, που μπορούν να κινούνται υπό την επίδραση ηλεκτρικού πεδίου, στους μονωτές τα φορτία είναι εντοπισμένα στην πολύ μικρή περιοχή των μορίων και δε μπορούν να αποσπαστούν από αυτά. Για το λόγο αυτό τα ονομάζουμε **δέσμια**.

Τα μόρια των διηλεκτρικών είναι δύο ειδών. Αυτά που παρουσιάζουν μόνιμη ηλεκτρική διπολική ροπή και ονομάζονται **πολικά** και τα άλλα, που δεν έχουν διπολική ροπή και ονομάζονται **μη πολικά**. Στα πολικά μόρια η διπολική ροπή οφείλεται σε ανομοιομορφία της κατανομής του φορτίου στο μόριο. Πολικά είναι π.χ. τα μόρια του υδροχλωρίου και του νερού. Μη πολικά είναι τα μόρια όπου συμπίπτουν τα κέντρα βάρους του θετικού και του αρνητικού φορτίου. Αυτό συμβαίνει κατά κανόνα στα διατομικά μόρια, π.χ. στο Υδρογόνο, το Οξυγόνο και το Άζωτο. Μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο όμως και τα μη πολικά μόρια αποκτούν διπολική ροπή κατά τη διεύθυνση του πεδίου, γιατί το θετικό και το αρνητικό φορτίο τους έλκονται αντίθετα με αποτέλεσμα να ολισθαίνουν αντίστοιχα και τα κέντρα βάρους τους. Όπως προκύπτει πειραματικά η διπολική ροπή  των μη πολικών μορίων και κατά συνέπεια και η συνισταμένη τους , είναι ανάλογη της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου. Αυτό συμβαίνει, γιατί ο τρόπος που ολισθαίνουν τα φορτία προς αντίθετες διευθύνσεις, είναι σα να συνδέονται μεταξύ τους με ελαστικές δυνάμεις. Η εικόνα ενός μη διπολικού διηλεκτρικού για διαφορετικές εντάσεις είναι αυτή που βλέπουμε στο σχήμα  σελίδα 30.



Στα πολικά δίπολα, αν και κάθε μόριο διαθέτει μόνιμη διπολική ροπή, απουσία ηλεκτικού πεδίου η συνισταμένη τους είναι μηδέν. Αυτό είναι συνέπεια της άτακτης θερμικής κίνησης. Τα μόρια έχουν τυχαίους προσανατολισμούς όπως στο σχήμα  αποτέλεσμα να αναιρεί το ένα τη διπολική ροπή του άλλου. Όταν θέσουμε όμως το διηλεκτρικό εντός ηλεκτρικού πεδίου, τότε σε κάθε δίπολο ασκείται ροπή, η οποία τείνει να το ευθυγραμμίσει κατά τη διεύθυνση του πεδίου, όπως στο σχήμα  . Τώρα υπάρχει συνισταμένη διπολική ροπή , η οποία και πάλι είναι ανάλογη της έντασης του πεδίου. Συνοψίζουμε:

**Η διπολική ροπή των διηλεκτρικών απουσία ηλεκτρικού πεδίου είναι μηδέν. Μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο η διπολική ροπή των διηλεκτρικών είναι ανάλογη της έντασης του πεδίου.**

Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι αυτά ισχύουν για σχετικά μέτριας έντασης πεδία. Επίσης υπάρχουν και διηλεκτρικά, τα οποία εμφανίζουν και απουσία μαγνητικού πεδίου μόνιμη διπολική ροπή, όμως θα τα εξαιρέσουμε από την τρέχουσα συζήτηση.

Έστω λοιπόν ότι η  είναι η συνισταμένη διπολική ροπή των μορίων του διηλεκτρικού. Ορίζουμε ως **πόλωση του διηλεκτρικού** το πηλίκο της συνισταμένης διπολικής ροπής  προς τον όγκο V του διηλεκτρικού

**Πόλωση του διηλεκτρικού**  σε 

Σημειώνουμε ότι η μονάδα της πόλωσης είναι ίδια με τη μονάδα της επιφανειακής πυκνότητας.

Είδαμε ότι η διπολική ροπή  του διηλεκτρικού, δηλαδή η συνισταμένη των διπολικών ροπών των μορίων, είναι ανάλογη της έντασης Ε του ηλεκτρικού πεδίου. Η γενική διατύπωση αυτής της σχέσης αναλογίας είναι:



Όπου  είναι μία σταθερά αναλογίας. Λύνοντας διαστατικά αυτή την εξίσωση βρίσκουμε τις μονάδες της:



και βλέπουμε ότι συμπίπτουν με εκείνες της απόλυτης διηλεκτρικής σταθεράς του κενού:



Εισάγουμε λοιπόν την

**Ηλεκτρική επιδεκτικότητα** 

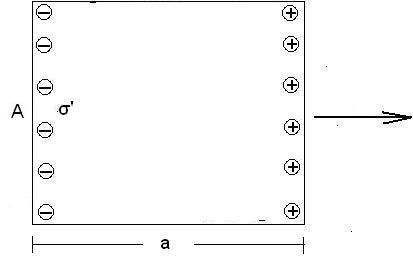
Η διηλεκτρική επιδεκτικότητα είναι αδιάστατο μέγεθος. Λαμβάνουμε έτσι τη:

**Σχέση πόλωσης και έντασης του πεδίου** 

Η σχέση αυτή μας δηλώνει ότι η διεύθυνση της έντασης και της πόλωσης συμπίπτουν. Στην πραγματικότητα αυτό ισχύει μόνο για τα ισότροπα διηλεκτρικά, όπως π.χ. στα ρευστά, όπου η τιμή της ηλεκτρικής επιδεκτικότητας είναι ανεξάρτητη της διεύθυνσης του ηλεκτρικού πεδίου.

**Το ηλεκτρικό πεδίο στα διηλεκτρικά**

Είδαμε ότι απουσία ηλεκτρικού πεδίου τα διηλεκτρικά δεν έχουν διπολική ροπή, όμως αποκτούν, όταν τα θέσουμε μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο. Επιστρέφουμε λοιπόν στα σχήματα  σελίδα 30 και  σελίδα 39 που μας δίνουν τη μικροσκοπική εικόνα των διηλεκτρικών μη πολικών και πολικών αντίστοιχα μέσα στο ηλεκτρικό πεδίο. Πρέπει να θυμηθούμε ότι τα βέλη που παριστάνουν τις διπολικές ροπές έχουν αρχή τα αρνητικά και πέρας τα θετικά φορτία. Παρατηρούμε λοιπόν ότι οι κάθετες προς το πεδίο επιφάνειες συγκεντρώνουν ίσα, αλλά αντίθετα φορτία. Αυτά τα φορτία είναι τα λεγόμενα **δέσμια επιφανειακά φορτία**. Μακροσκοπικά η εικόνα του διηλεκτρικού είναι αυτή ενός διπόλου όπως στο σχήμα .



Θα υπολογίσουμε την πόλωση του διηλεκτρικού. Πρέπει να βρούμε γι’ αυτό τη διπολική ροπή και τον όγκο του. Αν η πυκνότητα του δέσμιου επιφανειακού φορτίου q’ σε κάθε επιφάνεια είναι σ’ , τότε το αντίστοιχο επιφανειακό φορτίο είναι:



και η διπολική ροπή:

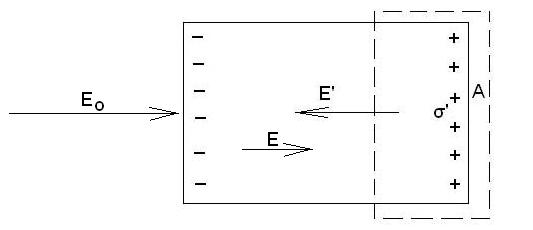


όπου a είναι η απόσταση μεταξύ των δύο επιφανειών. Όμως το γινόμενο Aa μας δίνει τον όγκο V του διηλεκτρικού. Βρίσκουμε έτσι την πόλωση του διηλεκτρικού:



Βρίσκουμε έτσι ότι η πόλωση είναι ίση προς την πυκνότητα του δέσμιου επιφανειακού φορτίου.

Η μακροσκοπική εικόνα του σχήματος  μας υποβάλει τη σκέψη ότι μέσα στο διηλεκτρικό αναπτύσσεται εξ αιτίας του δέσμιου επιφανειακού φορτίου ένα ηλεκτρικό πεδίο έντασης Ε’ όπως στο σχήμα  σελίδα 31. Αν εφαρμόσουμε το θεώρημα του Gauss για το δέσμιο επιφανειακό φορτίο q’ όπως κάναμε για τις δύο παράλληλες πλάκες με ίσα ετερώνυμα φορτία, βρίσκουμε:





Το πεδίο αυτό είναι αντίθετο προς το εξωτερικό πεδίο . Η ένταση στο εσωτερικό του διηλεκτρικού είναι τότε ίση προς τη διαφορά:



Όσο μεγαλύτερη είναι η πόλωση P τόσο μικρότερη είναι επομένως η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μέσα στο διηλεκτρικό. Η πόλωση όμως είναι ανάλογη της έντασης Ε:

Από την τελευταία βρίσκουμε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μέσα στο διηλεκτρικό:

**Ένταση ηλεκτρικού πεδίου μέσα σε διηλεκτρικό** 

Όπου η αδιάστατη ποσότητα  είναι η **διηλεκτρική σταθερά** του υλικού.

**Διηλεκτρική σταθερά** 

Στον επόμενο πίνακα περιέχονται οι τιμές της σχετικής διηλεκτρικής σταθεράς μερικών διηλεκτρικών υλικών.

Σχετική διηλεκτρική σταθερά μερικών υλικών

|  |  |
| --- | --- |
| Υλικό | ε |
| Κενό | 1 (εξ ορισμού) |
| Αέρας | 1,00054 |
| Τεφλόν | 2,1 |
| Πολυαιθυλένιο | 2,25 |
| Πολυστερίνη | 2,4-2,7 |
| Χαρτί | 3,5 |
| Διοξείδιο του Πυριτίου | 3,7 |
| Γυαλί | 4,7 |
| Λάστιχο | 7 |
| Διαμάντι | 5,5-10 |
| Αλάτι | 3-15 |
| Γραφίτης | 10-15 |
| Πυρίτιο | 12 |
| Μεθανόλη | 30 |
| Νερό | 81 |
| Θειικό οξύ | 85-100 |
| Οξυζενέ | 130 |

**Η διηλεκτρική μετατόπιση**

Το συμπέρασμα που προκύπτει από την ανάλυση της προηγουμένης παραγράφου, είναι ότι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στα διηλεκτρικά μειώνεται και ότι πραγματοποιεί ένα απότομο άλμα στην επιφάνεια του διηλεκτρικού. Αυτό γεννάει όμως προβλήματα στην εφαρμογή του θεωρήματος του Gauss, το οποίο δεν ισχύει και για τα διηλεκτρικά όπως είναι διατυπωμένο για το κενό. Για να περιγράψουμε με ενιαίο τρόπο την εικόνα του ηλεκτρικού πεδίου μέσα και έξω από το διηλεκτρικό εισάγουμε ένα νέο μέγεθος, που ονομάζουμε:

**Διηλεκτρική μετατόπιση**  σε 

Επειδή η πόλωση είναι:



Η διηλεκτρική μετατόπιση μέσα στο διηλεκτρικό είναι:

,   

Έξω από το διηλεκτρικό, δηλαδή στο κενό όπου ε=1, η διηλεκτρική μετατόπιση είναι πάλι:

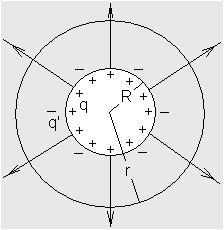


Παρατηρούμε ότι η διηλεκτρική μετατόπιση δεν παρουσιάζει άλμα ασυνέχειας στην επιφάνεια του διηλεκτρικού. Μπορούμε έτσι να γενικεύσουμε το θεώρημα του Gauss ώστε να ισχύει τόσο για το κενό, όσο και για τα διηλεκτρικά:

**Γενική μορφή του θεωρήματος του Gauss **

**Το κεντρικό πεδίο μέσα σε διηλεκτρικό**

Στο σχήμα  εικονίζεται ένας σφαιρικός αγωγός με ακτίνα R και φορτίο q, έστω θετικό. Ο αγωγός βρίσκεται μέσα σε ισότροπο διηλεκτρικό σταθεράς ε. Θα αναζητήσουμε την ένταση του ηλεκτρικού πεδίου μέσα στο διηλεκτρικό σε απόσταση r από το κέντρο. Θα υπολογίσουμε κατ’ αρχήν την ένταση μέσα στο διηλεκτρικό και πολύ κοντά στην εσωτερική επιφάνειά του.

Στην εσωτερική επιφάνεια του διηλεκτρικού εμφανίζεται δέσμιο φορτίο q’ με επιφανειακή πυκνότητα:



Γνωρίζουμε ότι η επιφανειακή πυκνότητα του δέσμιου φορτίου είναι ίση με την πόλωση Ρ. Όμως η πόλωση είναι ανάλογη της έντασης. Επομένως:



Όπου  είναι η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου σε απόσταση R από το κέντρο, αλλά μέσα στο διηλεκτρικό. Εφαρμόζουμε το θεώρημα του Gauss:



Αυτή είναι η ένταση του πεδίου μέσα στο διηλεκτρικό και πολύ κοντά στην εσωτερική επιφάνειά του. Για να βρούμε την ένταση σε απόσταση r, σκεφτόμαστε ως εξής: η ηλεκτρική ροή μέσα από τη σφαιρική επιφάνεια ακτίνας R είναι ίση με εκείνη μέσα από τη σφαιρική επιφάνεια ακτίνας r.

Βλέπουμε ότι ο λόγος των εντάσεων είναι αντιστρόφως ανάλογος του λόγου των αποστάσεων στο τετράγωνο. Επομένως:

**Ένταση κεντρικού πεδίου σε ισότροπο διηλεκτρικό** 

Μπορούμε τώρα να υπολογίσουμε τη δύναμη αλληλεπίδρασης μεταξύ δύο φορτίων ,  μέσα σε ισότροπο διηλεκτρικό:

**Νόμος Coulomb σε ισότροπο διηλεκτρικό** 

Εδώ πρέπει να σημειώσουμε ότι αυτή η διατύπωση του νόμου του Coulomb ισχύει πρακτικά μόνο για ρευστά και δεν είναι γενικός.

**Ε15** Δίνονται τα σημειακά φορτία  και  σε απόσταση . Το περιβάλλον μέσο είναι νερό (ε=81). Να υπολογίσετε τη δύναμη αλληλεπίδρασης.

**A32** Να βρεθεί η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου στη μέση της απόστασης μεταξύ δύο σημειακών φορτίων  και . Η απόσταση μεταξύ των δύο φορτίων είναι . Δίνεται η διηλεκτρική σταθερά ε=30. ()

**Α33** Να βρεθεί το δυναμικό στο ίδιο σημείο για τα δεδομένα της άσκησης Α32. (9,82V)

**Η χωρητικότητα των αγωγών**

Όταν ένας αγωγός είναι φορτισμένος. έχει δυναμικό. Το πηλίκο του φορτίου Q του αγωγού προς το δυναμικό του U λέγεται **χωρητικότητα**. Η χωρητικότητα συμβολίζεται με το κεφαλαίο λατινικό C.

**Χωρητικότητα αγωγού **

Μονάδα χωρητικότητας είναι το **Farad** (F) από το όνομα του Άγγλου φυσικού και χημικού που ερεύνησε το ηλεκτρομαγνητικό πεδίο Michael **Faraday** (1791-1867).

**Μονάδα χωρητικότητας** 

Θα υπολογίσουμε τώρα τη χωρητικότητα ενός σφαιρικού αγωγού. Θα αναζητήσουμε γι΄αυτό μια σχέση μεταξύ του φορτίου και του δυναμικού στην επιφάνεια του αγωγού. Γνωρίζουμε ήδη ότι το ηλεκτρικό το πεδίο στην επιφάνεια και γύρω από ένα σφαιρικό έχει την ίδια μορφή με εκείνη ενός σημειακού φορτίου που καταλαμβάνει θέση στο κέντρο του αγωγού.

Στην επιφάνεια σφαιρικού αγωγού ακτίνας R η ένταση είναι:



και το δυναμικό:



Από την εξίσωση ορισμού της χωρητικότητας έχουμε:

****

Επομένως:

**Χωρητικότητα σφαιρικού αγωγού** 

Παρατηρούμε ότι η χωρητικότητα των σφαιρικών αγωγών εξαρτάται μόνον από την ακτίνα τους. Εξ αιτίας της μεγάλης τιμής της ηλεκτρικής σταθεράς οι τιμές χωρητικότητας είναι συνήθως μικρές σε σχέση με τη μονάδα Farad και γι’ αυτό χρησιμοποιούμε συνήθως τα υποπολλαπλάσιά της pF, nF, μF. H χωρητικότητα ενός σφαιρικού αγωγού ακτίνας 1cm π.χ. είναι βάσει του τελευταίου τύπου ίση προς . Η χωρητικότητα της Γης που έχει ακτίνα 6.300km είναι 0,7mF.

**Η ενέργεια φορτισμένου αγωγού**

Από την εξίσωση ορισμού της χωρητικότητας λαμβάνουμε:



Αν θέλουμε να φορτίσουμε έναν απομονωμένο αγωγό, πρέπει να μεταφέρουμε φορτίο από ένα σημείο εκτός πεδίου στην επιφάνεια του αγωγού. Αν το δυναμικό του αγωγού είναι U, τότε για κάθε στοιχειώδες φορτίο dq που προσθέτουμε, παράγουμε έργο



Το έργο αυτό αποταμιεύεται στον αγωγό ως ενέργεια. Όταν αποκτήσει ο αγωγός φορτίο q, τότε η ενέργεια του αγωγού είναι:



Όμως 

Επομένως:

**Ενέργεια φορτισμένου αγωγού** 

**Η ενέργεια αλληλεπίδρασης ενός συστήματος σημειακών φορτίων**

Θα υπολογίσουμε κατ’ αρχήν την ενέργεια αλληλεπίδρασης ενός συστήματος δύο φορτίων, που είναι και το απλούστερο. Θεωρούμε τα φορτία και σε απόσταση . Το δυναμικό του πεδίου του  στη θέση του  είναι



Η δυναμική ενέργεια του φορτίου  εξ αιτίας του φορτίου  είναι επομένως:



Η ενέργεια αυτή γίνεται μηχανικό έργο, όταν μετακινηθεί το φορτίο  έξω από το πεδίο του , δηλαδή στο άπειρον όπου το δυναμικό είναι μηδέν. Προφανώς το ίδιο λαμβάνουμε και για τη δυναμική ενέργεια του  εξ αιτίας του . Η ενέργεια δύο σημειακών φορτίων είναι επομένως:

**Ενέργεια συστήματος δύο σημειακών φορτίων** 

Αν έχουμε ένα σύστημα τριών σημειακών φορτίων 1, 2, 3 σκεφτόμαστε παρόμοια. Η δυναμική ενέργεια κάθε φορτίου είναι άθροισμα των δυναμικών ενεργειών που έχει εξ αιτίας των δύο άλλων. Η δυναμική ενέργειατου φορτίου 1 είναι το άθροισμα της ενέργειας που έχει εξ αιτίας του φορτίου 2 και της  εξ αιτίας του φορτίου 3 δηλαδή:



Για τις ενέργειες των φορτίων 2 και 3 βρίσκουμε αντίστοιχα:





Αν προσθέσουμε τις τρεις ενέργειες λαμβάνουμε ακριβώς το διπλάσιο της ενέργειας του συστήματος γιατί έτσι υπολογίζουμε δύο φορές την ενέργεια αλληλεπίδρασης μεταξύ των φορτίων, αφού ,  κλπ. Για να υπολογίσουμε επομένως την ενέργεια Ε του συστήματος τριών σημειακών φορτίων, πρέπει να διαιρέσουμε το άθροισμα  δια 2, δηλαδή:



Γενικεύουμε τώρα για ένα σύστημα Ν σημειακών φορτίων. Επαγωγικά βρίσκουμε:

**Ενέργεια συστήματος σημειακών φορτίων**



**Ε16** Αγωγός χωρητικότητας C=3,7nF έχει δυναμικό 300V. Να υπολογίσετε την ενέργεια του αγωγού.





Η μονάδα Joule προκύπτει ως εξής: 

**Ε17** Αγωγός φορτισμένος με φορτίο Q=5,98μC έχει δυναμικό U=235V Να υπολογίσετε την ενέργεια του αγωγού.





**Ε18** Τρία σημειακά θετικά φορτία ίσα προς  βρίσκονται στις κορυφές ισόπλευρου τριγώνου πλευράς .. Να υπολογίσετε την ενέργεια αλληλεπίδρασης των τριών φορτίων.

Η ενέργεια κάθε φορτίου στο πεδίο των δύο άλλων είναι:



Η ενέργεια του συστήματος είναι επομένως:

**A34** Αγωγός χωρητικότητας C=7nF έχει δυναμικό U=3000V. Να βρείτε το φορτίο και την ενέργεια του αγωγού. (, )

**Α35** Σφαιρικός αγωγός ακτίνας R=3,2cm έχει φορτίο Q=9,56nC. Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα και την ενέργεια του αγωγού. (3,56pF, 

**Α36** Η δύναμη Coulombμεταξύ δύο ομώνυμων σημειακών φορτίων σε απόσταση r=1,2cm είναι F=2,28N. Να υπολογίσετε την ενέργεια του συστήματος. (0,0274J)

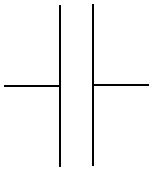
**Α37** Τέσσερα ομώνυμα σημειακά φορτία  καταλαμβάνουν θέσεις στις κορυφές κανονικού τετραέδρου ακμής . Να υπολογίσετε την ενέργεια κάθε φορτίου και την ενέργεια του συστήματος. (2,767J και 5,534J)

**Α38** Δύο αρνητικά και ένα θετικό φορτία απολύτως ίσα προς 0,0641mC καταλαμβάνουν θέσεις στις κορυφές ισοπλεύρου τριγώνου πλευράς a=0,173m. Να υπολογίσετε την ενέργεια που χρειαζόμαστε για να διαλύσουμε το σύστημα. (213J)

**Α39** Δύο αγωγοί σε πολύ μεγάλη απόσταση με χωρητικότητες  και  έχουν δυναμικό  και αντίστοιχα. Συνδέουμε τους δύο αγωγούς με ένα σύρμα αμελητέας χωρητικότητας. Από τον αγωγό με το μεγαλύτερο δυναμικό φεύγει τότε φορτίο και εγκαθίσταται στον αγωγό με το μικρότερο δυναμικό, έως ότου εξισωθούν τα δυναμικά των δύο αγωγών. Α) Να υπολογίσετε ποιο θα είναι το τελικό δυναμικό των δύο αγωγών. Β) Να υπολογίσετε την αρχική και την τελική ενέργεια του συστήματος. Πού οφείλεται η μείωση; Υπόδειξη: Στο πρώτα ερώτημα να λάβετε υπ΄ όψη ότι το άθροισμα των φορτίων των αγωγών πριν και μετά τη σύνδεση παραμένει το ίδιο. (Α), Β), )

**Πυκνωτές**

Οι πυκνωτές είναι συστήματα δύο αγωγών μονωμένων μεταξύ τους, που φέρουν ίσα ετερώνυμα φορτία. Οι αγωγοί ονομάζονται **οπλισμοί** του πυκνωτή. Όταν αναφερόμαστε στο φορτίο ενός πυκνωτή εννοούμε την απόλυτη τιμή του φορτίου κάθε οπλισμού. Στα ηλεκτρικά κυκλώματα οι πυκνωτές παριστάνονται όπως στο σχήμα . Η χωρητικότητα C του πυκνωτή είναι το πηλίκο του φορτίο του Q προς τη διαφορά δυναμικού U των οπλισμών του. Η χωρητικότητα είναι το χαρακτηριστικό μέγεθος των πυκνωτών.



Ο **επίπεδος πυκνωτής** έχει παράλληλους και επίπεδους οπλισμούς. Ένας τέτοιος πυκνωτής εικονίζεται στο σχήμα  σελίδα 25. Το πεδίο στο χώρο μεταξύ των οπλισμών είναι πρακτικά ομογενές. Με εφαρμογή του θεωρήματος του Gauss βρήκαμε ότι η ένταση εκεί είναι:



όπου q είναι το φορτίο και Α το εμβαδόν κάθε οπλισμού. Αν η απόσταση μεταξύ των οπλισμών είναι L, τότε από τη σχέση δυναμικού έντασης βρίσκουμε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ τους:



Βρίσκουμε έτσι τη χωρητικότητα του επίπεδου πυκνωτή:



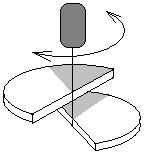
**Χωρητικότητα επίπεδου πυκνωτή**  σε F

**E19** Οι οπλισμοί επίπεδου πυκνωτή έχουν εμβαδόν  και απέχουν μεταξύ τους κατά . Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα C του πυκνωτή.



Επίπεδους πυκνωτές χειριζόμαστε κάθε φορά που συντονίζουμε το ραδιόφωνό μας σε ένα σταθμό. Το κουμπί που χειριζόμαστε συνδέεται με έναν επίπεδο πυκνωτή, του οποίου ο ένας οπλισμός μπορεί να περιστρέφεται όπως στο σχήμα . Μπορούμε έτσι να μεταβάλουμε το κοινό εμβαδόν των οπλισμών και κατά συνέπεια και τη χωρητικότητα του πυκνωτή. Αυτό έχει ως συνέπεια να μεταβάλλεται και η ιδιοσυχνότητα του δέκτη και να συντονίζεται στο σταθμό της επιλογής μας. Περισσότερα όμως θα γνωρίσουμε στο κεφάλαιο των ηλεκτρικών ταλαντώσεων.

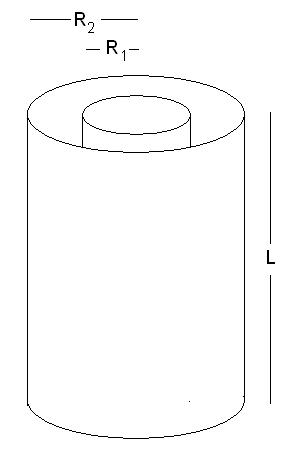


Ο **κυλινδρικός πυκνωτής** αποτελείται από δύο ομοαξονικούς κυλίνδρους με ακτίνες ,  και ύψος Η όπως στο σχήμα  σελίδα 43. Θα θεωρήσουμε ότι το φορτίο Q κατανέμεται ομοιόμορφα στους οπλισμούς με γραμμική πυκνότητα:



Αυστηρά αυτό δεν είναι σωστό, γιατί κοντά στις βάσεις των κυλίνδρων η συμμετρία αλλοιώνεται, όμως ισχύει με καλή προσέγγιση με μεγαλύτερο μέρος του χώρου μεταξύ των κυλίνδρων. Στην περίπτωση αυτή το πεδίο έχει τη μορφή του σχήματος  σελίδα 26, οπότε η ένταση στο χώρο μεταξύ των κυλίνδρων σε απόσταση R από τον κοινό άξονα είναι:

 με 



Τώρα μπορούμε να βρούμε τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των δύο οπλισμών από τη σχέση μεταξύ δυναμικού και έντασης:



Βρίσκουμε έτσι τη χωρητικότητα του κυλινδρικού πυκνωτή:

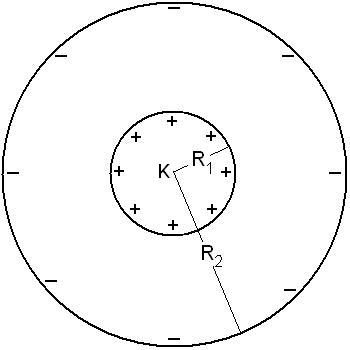


**Χωρητικότητα κυλινδρικού πυκνωτή**  σε F

Ο **σφαιρικός πυκνωτής** είναι σύστημα δύο ομόκεντρων σφαιρών ακτίνων  και  όπως στο σχήμα  σελίδα 44. Τα δυναμικά των δύο σφαιρικών επιφανειών είναι:







Η διαφορά δυναμικού είναι επομένως



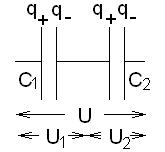
Βρίσκουμε τώρα τη χωρητικότητα::



**Χωρητικότητα σφαιρικού πυκνωτή**  σε F

**Η χωρητικότητα συστήματος πυκνωτών**

Οι δυνατοί συνδυασμοί σύνδεσης πυκνωτών είναι σε **σειρά** και **παράλληλα**. Η σύνδεση δύο πυκνωτών σε σειρά εικονίζεται στο σχήμα . Όταν εφαρμοστεί στα τερματικά του συστήματος η διαφορά δυναμικού U τότε οι οπλισμοί φορτίζονται εναλλάξ με απολύτως ίσα ετερώνυμα φορτία q. Αν οι πυκνωτές έχουν χωρητικότητες  και , τότε η διαφορά δυναμικού των οπλισμών τους είναι:





Προσθέτουμε κατά μέλη. Το άθροισμα των  και  μας δίνει τη διαφορά δυναμικού U. Έχουμε λοιπόν:



όπου C είναι η ισοδύναμη χωρητικότητα του συστήματος. Βρίσκουμε έτσι:

Επαγωγικά βρίσκουμε για Ν πυκνωτές σε σειρά:

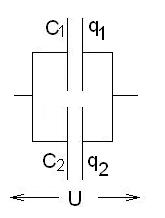
**Χωρητικότητα πυκνωτών σε σειρά** 

Η παράλληλη σύνδεση πυκνωτών εικονίζεται στο σχήμα  σελίδα 47. Εδώ οι πυκνωτές βρίσκονται υπό την ίδια διαφορά δυναμικού U. Το φορτίο κάθε πυκνωτή είναι:





Το φορτίο όλου του συστήματος είναι επομένως:



Όπου C είναι η ισοδύναμη χωρητικότητα του συστήματος. Βρίσκουμε έτσι:



Επαγωγικά βρίσκουμε για Ν παράλληλους πυκνωτές:

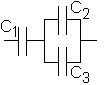
**Χωρητικότητα παραλλήλων πυκνωτών** 

**Ε21** Οι πυκνωτές  και  συνδέονται α) σε σειρά β) παράλληλα. Να υπολογίσετε την ισοδύναμη χωρητικότητα.

α)  

β)  

**Ε22** Δίνεται το σύστημα των τριών πυκνωτών , , , που συνδέονται όπως στο σχήμα. Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα του συστήματος.



Βρίσκουμε την ισοδύναμη χωρητικότητα του συνδυασμού των δύο παραλλήλων πυκνωτών  και .



Οι πυκνωτές  και  είναι σε σειρά οπότε:

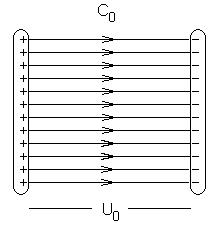
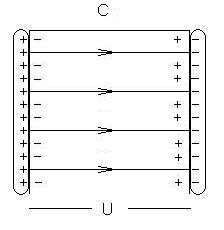
**Ο πυκνωτής με διηλεκτρικό**

Στο σχήμα  εικονίζεται ένας επίπεδος πυκνωτή χωρητικότητας . Η ένταση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή είναι  και το δυναμικό:

= 

Όπου l είναι η απόσταση μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή.

Εισάγουμε τώρα ένα διηλεκτρικό υλικό σταθεράς  μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή όπως στο σχήμα , οπότε απέναντι από τα φορτία του πυκνωτή αναπτύσσεται το δέσμιο επιφανειακό φορτίο του διηλεκτρικού. Η ένταση εντός του διηλεκτρικού είναι:



Το δυναμικό του πυκνωτή γίνεται τώρα:



Το φορτίο στους οπλισμούς του πυκνωτή είναι το ίδιο πριν και μετά την εισαγωγή του διηλεκτρικού. Αυτό σημαίνει ότι αφού το δυναμικό του πυκνωτή μειώθηκε κατά  φορές, πρέπει να αυξήθηκε συγχρόνως η χωρητικότητά του κατά  φορές, γιατί:



Βρίσκουμε έτσι:

**Χωρητικότητα πυκνωτή με διηλεκτρικό** 

**E20** Το εμβαδόν κάθε οπλισμού επίπεδου πυκνωτή είναι  και η απόσταση μεταξύ των οπλισμών . Μεταξύ των οπλισμών παρεμβάλλεται χαρτί με διηλεκτρική σταθερά . Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα.



**E21** Το εμβαδόν κάθε οπλισμού επίπεδου πυκνωτή είναι . Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών είναι L=7mm. Πλάκα γυαλιού (ε=4,7) πάχους d=4mm είναι σε επαφή με τον ένα οπλισμό. Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα του πυκνωτή.

Αντιμετωπίζουμε το σύστημα σα να είχαμε δύο πυκνωτές σε σειρά με διάκενα d=4mm και L-d=3mm. Ο πρώτος πυκνωτής είναι αυτός που έχει το διηλεκτρικό. Οι αντίστοιχες χωρητικότητες είναι:









**Η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου πυκνωτή**

Για να φορτίσουμε έναν πυκνωτή πρέπει να παράγουμε έργο, όπως και στην περίπτωση ενός απλού αγωγού, που μελετήσαμε προηγουμένως, μόνον εδώ το φορτίο που μεταφέρουμε στον ένα οπλισμό προέρχεται από τον άλλο. Έτσι οι δύο οπλισμοί αποκτούν ίσα ετερώνυμα φορτία. Το έργο αυτό αποθηκεύεται στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή και αποδίδεται όταν ο πυκνωτής εκφορτίζεται. Με τους ίδιους συλλογισμούς που κάναμε για την ενέργεια ενός φορτισμένου αγωγού βρίσκουμε και:

**Ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου πυκνωτή** 

Όπου εδώ U είναι η διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών και q το φορτίο του πυκνωτή.

Θα μελετήσουμε τώρα τη μεταβολή της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου ενός πυκνωτή εντός του οποίου εισάγουμε διηλεκτρικό. Θεωρούμε ότι ο πυκνωτής, αποσυνδέθηκε από την πηγή μετά τη φόρτισή του, επομένως το φορτίο στους οπλισμούς του παραμένει το ίδιο πριν και μετά την είσοδο του διηλεκτρικού. Πριν την είσοδο του διηλεκτρικού η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου είναι:



Μετά την είσοδο του διηλεκτρικού η χωρητικότητα αυξάνει κατά ε φορές και γίνεται ίση προς εC. Η ενέργεια του ηλεκτρικού πεδίου μειώνεται επομένως κατά ε φορές και γίνεται:



Βάσει του αποτελέσματος στο οποίο καταλήξαμε, εξάγουμε το συμπέρασμα, ότι το ηλεκτρικό πεδίο έλκει το διηλεκτρικό και διευκολύνει την είσοδο του στον πυκνωτή. Το έργο που παράγει η δύναμη του πεδίου είναι ίσο με τη μείωση της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου από την τιμή  στην . Για να αφαιρέσουμε το διηλεκτρικό, πρέπει επομένως να ασκήσουμε δύναμη. Το έργο, που παράγουμε αποθηκεύεται στο ηλεκτρικό πεδίο του πυκνωτή, ώστε τελικά η ενέργεια να επανέρχεται στην αρχική τιμή της.

**Η πυκνότητα ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου**

Θεωρούμε έναν επίπεδο πυκνωτή με διηλεκτρικό. Η χωρητικότητα είναι:



Και το δυναμικό συναρτήσει της έντασης του ηλεκτρικού πεδίου:

U=EL

Θέτουμε αυτές τις εξισώσεις στον τύπο της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου και βρίσκουμε:



Το γινόμενο ΑL είναι ο όγκος V μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή. Βρίσκουμε έτσι:

**Ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου** 

Το πηλίκο της ενέργειας  του ηλεκτρικού πεδίου του πυκνωτή προς τον όγκο V μεταξύ των οπλισμών είναι η πυκνότητα ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου:

**Πυκνότητα ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου** 

Το γινόμενο  είναι η διηλεκτρική μετατόπιση D. Θέτουμε τη D αντί του γινομένου  στις δύο τελευταίες εξισώσεις και λαμβάνουμε:

**Ενέργεια ηλεκτρικού πεδίου επίπεδου πυκνωτή** 

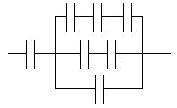
**Πυκνότητα ενέργειας ηλεκτρικού πεδίου** 

**A40** Οι οπλισμοί επίπεδου πυκνωτή έχουν καθένας εμβαδόν . Η απόσταση μεταξύ τους είναι . Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα. (0,118nF)

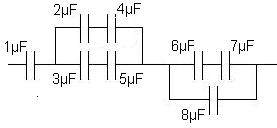
**Α41** Κυλινδρικός πυκνωτής έχει ύψος . Οι ακτίνες των οπλισμών είναι  και . Να υπολογίσετε: Α) τη χωρητικότητα και Β) τη διαφορά δυναμικού μεταξύ των οπλισμών αν το φορτίο του πυκνωτή είναι . (Α) 171pF, Β) 42,7V)

**Α42** Δίνονται σε σειρά οι πυκνωτές , , , , . Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα του συστήματος. (1nF)

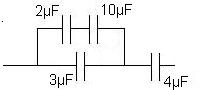
**Α43** Η χωρητικότητα κάθε πυκνωτή στο σχήμα είναι 1μF. Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα του συστήματος. (0,6471μF)



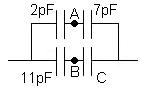
**Α44** Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα του συστήματος πυκνωτών, που εικονίζεται στο σχήμα. (0,714μF)



**Α45** Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα του συστήματος πυκνωτών, που εικονίζεται στο σχήμα. (2,154pF)



**Α46** Να υπολογίσετε την άγνωστη χωρητικότητα C, ώστε η διαφορά δυναμικού μεταξύ των σημείων Α και Β να είναι μηδέν. (38,5pF)



**Α47** Σφαιρικός πυκνωτής έχει φορτίο . Οι ακτίνες των οπλισμών είναι  και . Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα και την ενέργεια του πυκνωτή. (46,2nF, 0,102mJ)

**Α48** Ο χώρος μεταξύ των οπλισμών επίπεδου πυκνωτή περιέχει διηλεκτρικό σταθεράς ε=2,7. Το φορτίο του πυκνωτή είναι q=2,32μC. Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα και την ενέργεια του πυκνωτή. Το εμβαδόν κάθε πλάκας οπλισμού είναι  και η μεταξύ τους απόσταση . ( )

**Α49** Ένα ξετυλιγμένο ρολό αλουμινόχαρτο έχει μήκος 30m. Το πλάτος του είναι 0,3m. Παρεμβάλουμε ανάμεσα σε δύο τέτοια φύλλα λεπτό φύλλο χαρτί πάχους 0,06mm. Η σχετική διηλεκτρική σταθερά του χαρτιού είναι 3,5. Να υπολογίσετε τη χωρητικότητα του επίπεδου πυκνωτή που κατασκευάσαμε. (4,64μF)

**A50** Επίπεδος πυκνωτής με διηλεκτρικό σταθεράς 2,1 συνδέεται με πηγή ώστε το δυναμικό του να είναι σταθερό. Το φορτίο του πυκνωτή είναι 7,7nC. Αφαιρούμε το διηλεκτρικό. Ποιο είναι τώρα το φορτίο του πυκνωτή; (3,67nC)

**A51** Πυκνωτής χωρητικότητας 24,3nF με διηλεκτρικό σταθεράς 2,7 έχει φορτίο 7,8μC. Πόσο έργο πρέπει να παράγουμε για να αφαιρέσουμε το διηλεκτρικό; ()

**Α52** Πυκνωτής χωρητικότητας 19nF συνδέεται με πηγή U=450V. Πόση ενέργεια χρειάζεται για να γεμίσουμε το χώρο μεταξύ των οπλισμών του πυκνωτή με διηλεκτρικό σταθεράς 3,5; ()

**Α53** Δύο πυκνωτές με χωρητικότητες  και  συνδέονται παράλληλα και φορτίζονται από πηγή 100V. Αποσυνδέουμε τους πυκνωτές από την πηγή και εισάγουμε στον πρώτο από αυτούς διηλεκτρικό σταθεράς ε=2. Να υπολογίσετε: Α) Τα φορτία των πυκνωτών μετά την είσοδο του διηλεκτρικού. Β) Την ενέργεια του συστήματος πριν την είσοδο του διηλεκτρικού. Γ) Την ενέργεια του συστήματος μετά την είσοδο του διηλεκτρικού. ( Α) 0,311μC και 0,389μC Β) 35,0μJ Γ) 27,2μJ)

**Α54** Δύο πυκνωτές με χωρητικότητες  και  συνδέονται σε σειρά και φορτίζονται από πηγή 150V. Αποσυνδέουμε τους πυκνωτές από την πηγή και εισάγουμε στον πρώτο από αυτούς διηλεκτρικό σταθεράς ε=3. Να υπολογίσετε: Α) Τα δυναμικά των πυκνωτών μετά την είσοδο του διηλεκτρικού. Β) Την ενέργεια του συστήματος πριν την είσοδο του διηλεκτρικού. Γ) Την ενέργεια του συστήματος μετά την είσοδο του διηλεκτρικού. (Α) 35V και 45V Β) 23,6mJ Γ) 12,6mJ)

**Α55** Δύο τετράγωνοι χάλκινοι δίσκοι φορτίζονται με ίσα ετερώνυμα φορτία και τοποθετούνται κατακόρυφα ο ένας απέναντι στον άλλο. Βυθίζουμε λίγο τους δύο δίσκους σε ένα διηλεκτρικό υγρό. Παρατηρούμε ότι στο χώρο μεταξύ των δίσκων η στάθμη του υγρού ανέρχεται. Να λάβετε υπ’ όψη τη μεταβολή της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου μεταξύ των δίσκων πριν και μετά τη μερική βύθιση τους στο διηλεκτρικό και να εξηγήσετε γιατί συμβαίνει αυτό.

**Α56** Το φορτίο επίπεδου πυκνωτή χωρητικότητας 13pF είναι 1,9nC. Η απόσταση μεταξύ των οπλισμών είναι 1,7mm. Αυξάνουμε την απόσταση μεταξύ των οπλισμών κατά 0,1mm. Να υπολογίσετε: Α) Την αύξηση της ενέργειας του ηλεκτρικού πεδίου. Β) Τη δύναμη που απαιτήθηκε για να αυξήσουμε την απόσταση μεταξύ των οπλισμών. Να θεωρήσετε ότι ο πυκνωτής δε συνδέεται με ηλεκτρική πηγή. (A) 8,17nJ Β) 81,7μN)

|  |
| --- |
| **Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα**  **Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Αθήνας** |
| **Τέλος Ενότητας** |
| **Χρηματοδότηση**   * Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα. * Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Αθήνας**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού. * Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους. |

**Σημειώματα**

**Σημείωμα Αναφοράς**

Copyright ΤΕΙ Αθήνας, Κωνσταντίνος Κουρκουτάς, 2014. Κωνσταντίνος Κουρκουτάς. «Φυσική ΙΙ. Ενότητα 1: Το στατικό ηλεκτρικό πεδίο». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: [ocp.teiath.gr](https://ocp.teiath.gr/).

**Σημείωμα Αδειοδότησης**

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό. Οι όροι χρήσης των έργων τρίτων επεξηγούνται στη διαφάνεια «Επεξήγηση όρων χρήσης έργων τρίτων».

Τα έργα για τα οποία έχει ζητηθεί άδεια αναφέρονται στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».

[](file:///C:\Users\pantelis\Downloads\%5b1%5d%20http:\creativecommons.org\licenses\by-nc-sa\4.0\)

[1] http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

* που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
* που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
* που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

**Επεξήγηση όρων χρήσης έργων τρίτων**

|  |  |
| --- | --- |
| © | Δεν επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου, παρά μόνο εάν ζητηθεί εκ νέου άδεια από το δημιουργό. |
| διαθέσιμο με άδεια CC-BY | Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου και η δημιουργία παραγώγων αυτού με απλή αναφορά του δημιουργού. |
| διαθέσιμο με άδεια CC-BY-SA | Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού, και διάθεση του έργου ή του παράγωγου αυτού με την ίδια άδεια. |
| διαθέσιμο με άδεια CC-BY-ND | Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού. Δεν επιτρέπεται η δημιουργία παραγώγων του έργου. |
| διαθέσιμο με άδεια CC-BY-NC | Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού. Δεν επιτρέπεται η εμπορική χρήση του έργου. |
| διαθέσιμο με άδεια CC-BY-NC-SA | Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού και διάθεση του έργου ή του παράγωγου αυτού με την ίδια άδεια. Δεν επιτρέπεται η εμπορική χρήση του έργου. |
| διαθέσιμο με άδεια CC-BY-NC-ND | Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού. Δεν επιτρέπεται η εμπορική χρήση του έργου και η δημιουργία παραγώγων του. |
| διαθέσιμο με άδεια CC0 Public Domain | Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου, η δημιουργία παραγώγων αυτού και η εμπορική του χρήση, χωρίς αναφορά του δημιουργού. |
| διαθέσιμο ως κοινό κτήμα | Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου, η δημιουργία παραγώγων αυτού και η εμπορική του χρήση, χωρίς αναφορά του δημιουργού. |
| χωρίς σήμανση | Συνήθως δεν επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου. |

**Διατήρηση Σημειωμάτων**

* Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:
* Το Σημείωμα Αναφοράς
* Το Σημείωμα Αδειοδότησης
* Τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
* Το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει) μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.