Μετρήσεις γεωμετρικών μεγεθών με χρήση διαστη-μόμετρου, μικρόμετρου και σφαιρόμετρου

Α. Προσδιορισμός της πυκνότητας στερεού σώματος *Β.* Εύρεση της εστιακής απόστασης συγκλίνοντα φακού

1. Σκοπός

Σκοπός της άσκησης αυτής είναι η εξοικείωση στην χρήση απλών οργάνων μέτρησης, όπως είναι το διαστημόμετρο, το μικρόμετρο, το σφαιρόμετρο και ο ζυγός εργαστηρίου, προκειμένου μέσα από ακριβείς, κάνοντας χρήση της κλίμακας του βερνιέρου, μετρήσεις των διαστάσεων σειράς γεωμετρικών δοκιμίων, να πραγματοποιηθούν υπολογισμοί της πυκνότητας τους, συμπεριλαμβάνοντας σ' αυτούς τα σφάλματα που υπεισέρχονται, είτε άμεσα από κάθε μέτρηση, είτε μέσα από τη διαδικασία της διάδοσης τους. Με μια αντίστοιχη διαδικασία ζητείται επίσης να προσδιοριστεί η εστιακή απόσταση φακού.

Α. Εύρεση πυκνότητας στερεού σώματος γεωμετρικού σχήματος

Προκειμένου να υπολογιστεί η πυκνότητα σε τρία στερεά σώματα γεωμετρικού σχήματος πραγματοποιούνται μετρήσεις α) της μάζας τους με την χρήση του εργαστηριακού ζυγού και β) των διαστάσεων τους με την χρήση αφ' ενός του διαστημόμετρου, αφ' ετέρου ενός μικρόμετρου.

Πυκνότητα στερεών σωμάτων κυλινδρικού σχήματος

Ο όγκος V ενός σώματος που έχει κυλινδρικό σχήμα υπολογίζεται μετρώντας την διάμετρο της βάσης του d και το ύψος του h, ως ακολούθως:

$$V = S \cdot h = \pi \cdot \frac{d^2}{4} \cdot h \qquad (1)$$

Η πυκνότητα του ρ προκύπτει, ως ο λόγος της μάζας του m προς τον όγκο του V:

$$\rho = \frac{m}{V} \qquad (2)$$

Πειραματική διαδικασία

Τα όργανα που χρησιμοποιούμε καθώς και τα δοκίμια των στερεών σωμάτων φαίνονται στην εικόνα 1. Πρόκειται για ένα διαστημόμετρο με κλίμακα βερνιέρου, σταθεράς c=0,02 mm, και ένα μικρόμετρο, με κλίμακα στο τύμπανό του, ακρίβειας 0,01 mm, για τη μέτρηση του ύψους και της διαμέτρου των κυλίνδρων αντίστοιχα.

Εικόνα 1. *Η πειραματική διάταξη σχηματικά.*

Πειραματική διαδικασία

1. Καταχωρήστε στον πίνακα τις τιμές μέτρησης για την διάμετρο d και το ύψος h, που προέκυψαν από τις ενδείξεις του μικρόμετρου και του διαστημόμετρου αντίστοιχα, καθώς επίσης και τις τιμές για την μάζα, από την ένδειξη του ζυγού, για κάθε σώμα ξεχωριστά.

2. Συγκρίνατε τις τιμές που προέκυψαν με τις τιμές σειράς γνωστών, καθαρών υλικών, οι οποίες αναφέρονται στο παρακάτω πίνακα και αναγνωρίστε τα υλικά των τριών αυτών σωμάτων.

ΠΙΝΑΚΑΣ ΤΙΜΩΝ ΜΕΤΡΗΣΗΣ						
α/α	διάμετρος d [mm]	ύψος h [mm]	επιφάνεια S [mm^2]	όγκος V [mm^3]	μάζα m [gr]	πυκνότητα ρ [g/cm^3]
κύλινδρος 1^{ος}						
κύλινδρος 2^{ος}						
κύλινδρος 3^{ος}						

Πίνακας πυκνότητας γνωστών υλικών	
υλικό	**πυκνότητα ρ [gr/cm^3]**
Χαλκός Cu	8.945
Σίδηρος Fe	7.897
Μόλυβδος Pb	11.373
Αλουμίνιο Al	2.707
ορείχαλκος	8.35
Υαλος (απλός)	2.48
Υαλος (χαλαζίας)	2.2
ξύλο	0.43 - 0.76

3. Η σύγκριση αυτή να εκφραστεί ως ποσοστό προσέγγισης της διαφοράς των πειραματικών τιμών από τις αντίστοιχες γνωστές τιμές, ως ακολούθως:

$$\Delta\rho = \left| \frac{\textit{πειραματική}\ \text{τιμή} \ - \ \text{θεωρητική τιμή}}{\text{θεωρητική τιμή}} \right| \mathrm{X}\,100 = ...\% \qquad (3)$$

4. Σύμφωνα με την *θεωρία διάδοσης των σφαλμάτων μετρήσεων* (βλ. βιβλιογραφία ως σύνθετη μέτρηση) για το πιθανό σφάλμα dρ της πυκνότητας ρ ισχύει:

$$\mathrm{d}\rho = \sqrt{\left(\frac{\partial\rho}{\partial m}\right)^2 (\mathrm{d}m)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial d}\right)^2 (\mathrm{d}d)^2 + \left(\frac{\partial\rho}{\partial h}\right)^2 (\mathrm{d}h)^2} \qquad (4)$$

5. Να εκφραστεί τουλάχιστον ένα από τα παραπάνω αποτελέσματα της πυκνότητας με το αντίστοιχο σφάλμα του, συνυπολογίζοντας τα επιμέρους σφάλματα των μεμονωμένων μετρήσεων όλων των επιμέρους μεγεθών (σφάλματα οργάνων), που υπεισέρχονται στους υπολογισμούς. Οπου dm είναι το σφάλμα του οργάνου μέτρησης της μάζας, δηλαδή του ζυγού, η τιμή του οποίου ισούται με την τιμή της μικρότερης υποδιαίρεσης της κλίμακας που χρησιμοποιείται στο συγκεκριμένο όργανο. Ομοίως όπου dd και dh είναι τα σφάλματα των οργάνων μέτρησης των διαστάσεων ύψους και διαμέτρου, τουτέστιν του διαστημόμετρου και του μικρόμετρου αντίστοιχα. Έτσι, αν τοποθετήσει κανείς τις τιμές στους παρακάτω τύπους, προκύπτει:

$$\frac{\partial\rho}{\partial m} = \frac{4}{d^2\,\pi\;h} = \qquad = \qquad \Rightarrow \quad \left(\frac{\partial\rho}{\partial m}\right)^2 =$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial d} = \frac{-8\,m}{d^3\,\pi\;h} = \qquad = \qquad \Rightarrow \quad \left(\frac{\partial\rho}{\partial d}\right)^2 =$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial h} = \frac{-4\,m}{d^2\,\pi\cdot h^2} = \qquad = \qquad \Rightarrow \quad \left(\frac{\partial\rho}{\partial h}\right)^2 =$$

Τα σφάλματα των οργάνων μέτρησης είναι:

$$dm = \qquad \Rightarrow \qquad (dm)^2 =$$

$$dd = \qquad \Rightarrow \qquad (dd)^2 =$$

$$dh = \qquad \Rightarrow \qquad (dh)^2 =$$

Το σφάλμα της πυκνότητας μετά την διάδοση του με αντικατάσταση προκύπτει:

$$d\rho = \sqrt{\frac{\quad}{\quad}(\qquad) + \frac{\quad}{\quad}(\qquad) + \frac{\quad}{\quad}\cdot(\qquad)} =$$

Ως εκ τούτου το αποτέλεσμα γράφεται:

$$\rho = (\;\rho \quad \pm \quad \delta\rho\;)\;\; gr/cm^3$$

$$\rho = (\qquad \pm \qquad)\;\; gr/cm^3$$

6. Συγκρίνατε και σχολιάσατε το αποτέλεσμα

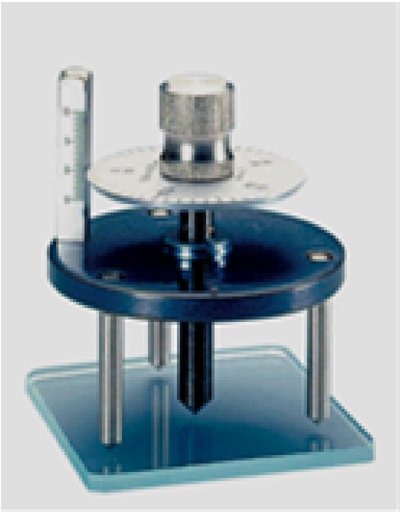
B. Εύρεση της εστιακής απόστασης συγκλίνοντα φακού

Η **εστιακή απόσταση f** ενός συγκλίνοντα φακού προκύπτει από την μέτρηση των δύο ακτινών καμπυλότητας του φακού, γνωρίζοντας τον δείκτη διάθλασης του υλικού, στην προκειμένη περίπτωση ύαλος (n=1.5), μέσω υπολογισμού με τον ακόλουθο τύπο των (κατασκευαστών) φακών:

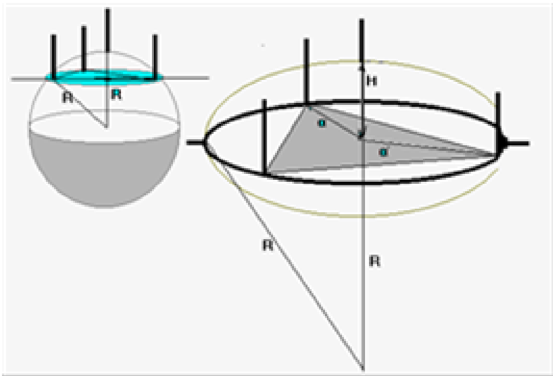
$$\frac{1}{f} = (\,n-1\,)\cdot\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right) \tag{5}$$

Πειραματική διάταξη

Το όργανο που χρησιμοποιούμε καθώς και το δοκίμιο είναι ένα σφαιρόμετρο, όπως φαίνεται στην φωτογραφία (εικόνα 2) και στο σχήμα 1 και ένας συγκλίνων φακός σχετικά μεγάλης διαμέτρου. Η ακρίβεια που παρέχει το σφαιρόμετρο είναι 0,01 mm και μετράμε μ' αυτό το ύψος H που ανέρχεται το μεσαίο ποδαράκι του, όταν τα υπόλοιπα τρία εφάπτονται απόλυτα στην (σφαιρική;) επιφάνεια του σώματος.



Εικόνα 1. *Φωτογραφία του σφαιρόμετρου της εταιρείας Sargent Welch.*



Σχήμα 1. *Σχήμα για τον υπολογισμό της ακτίνας καμπυλότητας.*

Πειραματική διαδικασία

1. Τοποθετείστε το καμπυλόγραμμο (σφαιρόμετρο) σε επίπεδη επιφάνεια, έτσι, ώστε να εφάπτονται σ' αυτήν και τα τέσσερα πόδια (ακίδες). Διαβάστε στην κλίμακα την τιμή μ, που αντιστοιχεί στην *μετάθεση του μηδενός*. Μετρήστε με το καμπυλόμετρο τις τιμές H_1 και H_2 αντίστοιχες των δύο επιφανειών (αφαιρώντας ή προσθέτοντας από την κάθε μία την τιμή της μ). Οι ακτίνες καμπυλότητας υπολογίζονται με τον τύπο:

$$R = \frac{a^2 + H^2}{2H} \tag{6}$$

όπου **a** είναι η ακτίνα του κύκλου που περιγράφουν τα σημεία των τριών ακίδων του καμπυλόμετρου, εν' όσο εφάπτονται στο επίπεδο, ενώ **H** είναι το ύψος της τέταρτης, μεσαίας ακίδας, ενώ και αυτή ακουμπά στην επιφάνεια.

2. Καταγράφουμε τις τιμές μέτρησης για τις αποστάσεις H_1, H_2 και a, οι οποίες εκφράζουν το ύψος που ανήλθε η μεσαία ακίδα και την ακτίνα του κύκλου που ορίζουν οι τρεις ακίδες (βλέπε σχήμα).

   H_1 = ... [mm]

   H_2 = ... [mm]

   α = ... [mm]

3. Υπολογίστε τις αντίστοιχες τιμές των ακτίνων:

   R_1 = ...

   R_2 = ...

4. Υπολογίστε από τον παραπάνω τύπο την τιμή 1/f και ακολούθως την f. Δώστε και το αποτέλεσμα με το σφάλμα του, σύμφωνα με τα παραπάνω.

$$\frac{1}{f} = [(........ - 1)\left(\frac{1}{........} + \frac{1}{........}\right)]\,\mathrm{mm}^{-1}$$

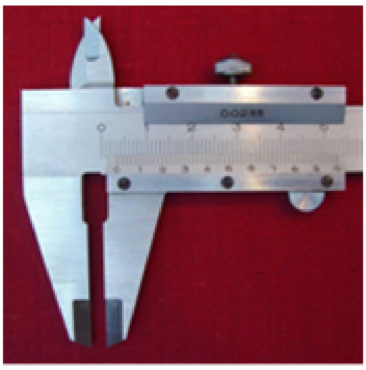
$$f = (........ \pm ....)\,\mathrm{mm}$$

5. Συγκρίνατε την τιμή της εστιακής απόστασης με την γνωστή τιμή που αναγράφεται επάνω στον φακό και υπολογίστε την διαφορά προσέγγισης επί τοις εκατό, όπως παραπάνω.

6. Σχολιάσατε το αποτέλεσμα.

Διαστημόμετρο

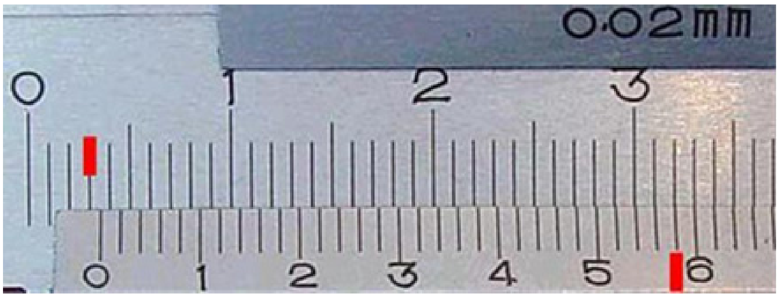
<u>1. Μετάθεση μηδενός:</u> Εάν, έχοντας κλείσει τις δύο σιαγώνες (χωρίς δοκίμιο) στο διαστημόμετρο (ή στο μικρόμετρο) η δύο γραμμές των μηδενικών της κύριας και της κλίμακας βερνιέρου δεν ταυτίζονται, τότε υπάρχει μια μετάθεση μηδενός (ΜΜ) στο όργανο, η οποία πρέπει να ληφθεί υπόψη. Αν είναι κάτω του μηδενός η τιμή της ΜΜ πρέπει να προστεθεί στο αποτέλεσμα της μέτρησης, ενώ αντιθέτως, εάν αυτή είναι πάνω από το μηδέν αντίστοιχα να αφαιρεθεί. Η ΜΜ αν δεν συμπεριληφθεί στο αποτέλεσμα, στην τιμή της μέτρησης, οδηγεί σε ένα συστηματικό σφάλμα που οφείλεται στα ίδια τα όργανα και συχνά στην μη σωστή βαθ-



Εικόνα 3. *Φωτογραφία του διαστημόμετρου με κλίμακα βερνιέρου.*

μονόμησή τους.

<u>2. Κλίμακα Βερνιέρου:</u> Είναι μια δεύτερη δίπλα στην κύρια, βοηθητική κλίμακα, η οποία χρησιμοποιείται για αύξηση (όσο περισσότερες υποδιαιρέσεις διαθέτει αυτή) της ακρίβειας της μέτρησης. Την κλίμακα του βερνιέρου χαρακτηρίζει η σταθερά της, η οποία στην περίπτωση του διαστημόμετρου ισούται με την μικρότερη απόσταση που μπορεί η κλίμακα αυτή να μετρήσει. Στην διαδικασία της μέτρησης, σε μια δεδομένη θέση που έχει προκύψει, αναζητεί κανείς την γραμμή εκείνη της κλίμακας του βερνιέρου, η οποία συμπίπτει <u>με μια και μοναδική</u> γραμμή της κύριας κλίμακας (βλέπε εικόνα 4 και το αριθμητικό παράδειγμα). Ο αριθμός εκείνος της γραμμής του βερνιέρου, πολλαπλασιαζόμενος επί την σταθερά του, μας δίνει την υποδιαίρεση της μικρότερης τιμής της κύριας κλίμακας, το δεκαδικό μέρος της μονάδας μέτρησης.



Εικόνα 4. *Φωτογραφία σε μεγέθυνση της κύριας και της κλίμακας του βερνιέρου με τα σημεία ανάγνωσης της μέτρησης (βλ. παράδειγμα).*

<u>Παράδειγμα:</u> Από την εικόνα 3 προκύπτει, ότι το συγκεκριμένο διαστημόμετρο διαθέτει κλίμακα βερνιέρου σταθεράς **c = 0,02 mm**

Σταθερά βερνιέρου : 0,02 mm
Υποδιαίρεση τιμής κύριας κλίμακας: αριθμός γραμμών X σταθερά Βερνιέρου

Στο παράδειγμα μας συμπίπτει κατά το περισσότερο με μια οποιαδήποτε γραμμή της κύριας κλίμακας, η εικοστή ενάτη γραμμή της κλίμακας του βερνιέρου και η τιμή της απόστασης l που μπορεί να εξαχθεί με την μέγιστη ακρίβεια του οργάνου είναι:

$$l = 3 \text{ mm} + (29 \text{ X } 0{,}02 \text{ mm}) = 3{,}58 \text{ mm}$$

Δηλαδή οι τιμές πριν το μηδέν, τρία χιλιοστά από την ανάγνωση στην κύρια κλίμακα, στα οποία προστίθενται και η ανάγνωση με την βοήθεια της κλίμακας του βερνιέρου.