

## Εύρεση της πυκνότητας στερεών και υγρών

### 1 Σκοπός

Στην άσκηση αυτή προσδιορίζεται πειραματικά η πυκνότητα του υλικού ενός στερεού σώματος. Το στερεό αυτό σώμα βυθίζεται ή επιπλέει σε υγρό γνωστής πυκνότητας (νερό) και έτσι αξιοποιείται η μέθοδος της άνωσης.

### 2 Θεωρία

#### 2.1 Πυκνότητα ( $\rho$ ).

Πυκνότητα ( $\rho$ ) ενός ομογενούς σώματος ορίζεται το πηλίκο της μάζας του σώματος  $m$  προς τον όγκο του  $V$ , δηλαδή:

$$\rho = \frac{m}{V} \quad (1)$$

Μονάδα πυκνότητας στο σύστημα μονάδων S.I. είναι το  $1\text{Kgr}/\text{m}^3$ . Πιο συνηθισμένη όμως μονάδα πρακτικά είναι το  $1\text{gr}/\text{cm}^3$ .

Η πυκνότητα δεν εξαρτάται από τις διαστάσεις του σώματος παρά μόνο από το υλικό από το οποίο και αποτελείται το σώμα. Κάθε υλικό χαρακτηρίζεται από τη δική του πυκνότητα.

#### 2.2 Ειδικό βάρος ( $\epsilon$ ).

Ειδικό βάρος ( $\epsilon$ ) ενός ομογενούς σώματος ονομάζεται το πηλίκο του βάρους του σώματος  $B$  προς τον όγκο του  $V$ , δηλαδή:

$$\epsilon = \frac{B}{V} \quad (2)$$

Μονάδα ειδικού βάρους στο S.I είναι αντίστοιχα το  $1\text{Nt}/\text{m}^3$ . Πιο συνηθισμένη όμως μονάδα είναι το  $1\text{p}/\text{cm}^3$  ( $1\text{p} = 9.81 \times 10^{-3}\text{Nt}$ ).

Το ειδικό βάρος δεν εξαρτάται από τις διαστάσεις του σώματος παρά μόνο από το υλικό από το οποίο αποτελείται το σώμα αλλά και από την τιμή της επιτάχυνσης της βαρύτητας  $g$  στον συγκεκριμένο τόπο.

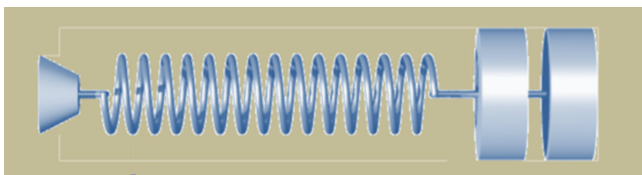
#### 2.3 Σχέση πυκνότητα και ειδικού βάρους.

Από τον ορισμό του ειδικού βάρους και επειδή  $B = mg$  θα ισχύει:

$$\epsilon = \frac{B}{V} = \frac{mg}{V} = \frac{m}{V}g \quad g \Rightarrow \epsilon = \rho g \quad (3)$$

#### 2.4 Πίεση (P).

Πίεση ονομάζεται το μονόμετρο φυσικό μέγεθος (P) το οποίο έχει μέτρο το πηλίκο της δύναμης  $dF$  της κάθετης σε μία στοιχειώδη επιφάνεια προς το εμβαδόν αυτής  $dA$ .



Μονάδα πίεσης στο S.I:	1Pa	$\frac{1\text{Nt}}{\text{m}^2}$
Άλλες σχετικές μονάδες:	1Atm	$1.013 \times 10^5 \text{Pa}$
	1Atm	760mmHg 760Torr
	1Bar	Pa

## 2.5 Αρχή του Pascal.

Ο Pascal ήταν ο πρώτος που επεσήμανε ότι εκτός του πεδίου βαρύτητας η πίεση  $\sigma'$  όλη την έκταση ενός υγρού είναι ακριβώς η ίδια. Έτσι και διατύπωσε μια βασική αρχή της υδροστατικής που ονομάζεται αρχή του Pascal:

Κάθε μεταβολή στην πίεση ενός υγρού μεταδίδεται αμείωτη σε κάθε τμήμα του υγρού όπως επίσης και στα τοιχώματα του δοχείου που το περιέχει.

## 2.6 Υδροστατική πίεση:

Όταν ένα υγρό βρίσκεται εντός του πεδίου βαρύτητας, τότε αυτό έχει βάρος με αποτέλεσμα να εξασκεί πίεση στα τοιχώματα του δοχείου που το περιέχει αλλά και στα σώματα που τυχόν βρίσκονται μέσα του. Έτσι η πίεση η οφειλόμενη στο βάρος του υγρού ονομάζεται υδροστατική πίεση  $P_{υδ}$  και αποδεικνύεται ότι δίνεται από την σχέση:

$$P_{υδ} = \rho gh$$

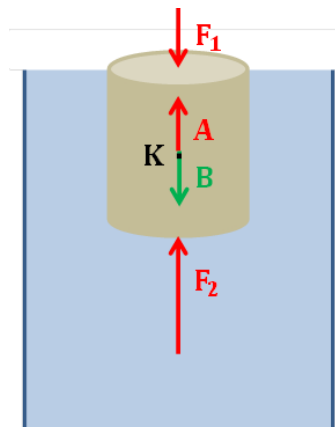
όπου  $h$  το βάθος του σημείου από την επιφάνεια του υγρού. Όπως προκύπτει από την προηγούμενη σχέση η υδροστατική πίεση εξαρτάται από το βάθος.

Αν το υγρό ισορροπεί με την ελεύθερη επιφάνειά του σε επαφή με την ατμόσφαιρα τότε στην επιφάνειά του η πίεση είναι  $P_{ατμ}$ . Η πίεση αυτή μεταφέρεται πρόσθετα σε οποιοδήποτε σημείο του υγρού σύμφωνα με την αρχή του Pascal και έτσι η πίεση σε βάθος  $h$  θα δίνεται από την σχέση:

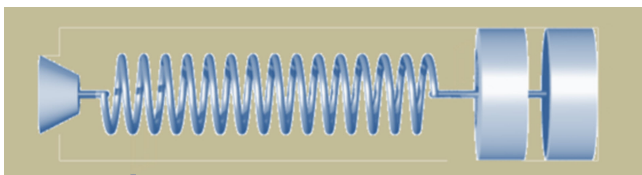
$$P = P_{ατμ} + \rho gh \quad (5)$$

## 2.7 Άνωση.

Έστω σώμα το οποίο είναι βυθισμένο σε υγρό. Σε κάθε στοιχειώδη επιφάνειά του ασκείται δύναμη εξαιτίας της υδροστατικής πίεσης (Σχήμα 1). Οι δυνάμεις αυτές δεν είναι σταθερές αλλά εξαρτώνται από το βάθος διότι κάθε στοιχειώδης επιφάνεια του σώματος βρίσκεται σε διαφορετικό βάθος.



Σχήμα 2-1. Άνωση σε σώμα βυθισμένο εντός υγρού.

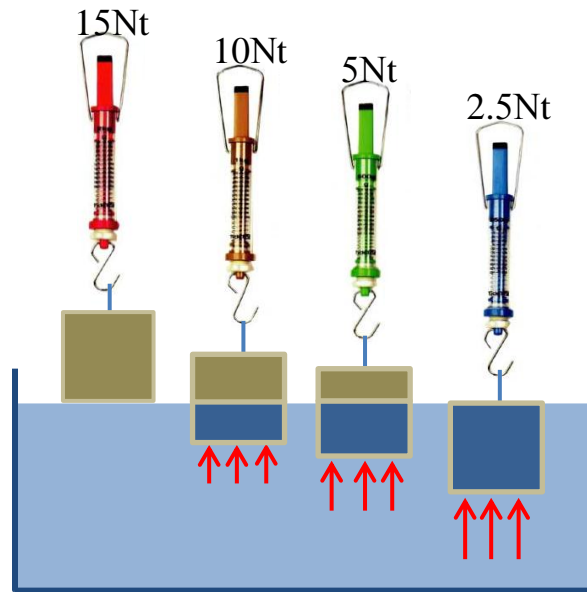


Η συνισταμένη όλων αυτών των δυνάμεων έχει φορά προς τα πάνω με διεύθυνση που διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος και ονομάζεται άνωση. Για την άνωση ισχύει η αρχή του Αρχιμήδη που διατυπώνεται ως εξής:

«Η άνωση που ασκείται σε ένα σώμα ισούται με το βάρος του υγρού που εκτοπίζει το σώμα»

$$A = \epsilon_{\text{υγ}} V_{\text{εκ}} \rho_{\text{υγ}} g \quad \text{ή} \quad A = \rho_{\text{υγ}} g V_{\text{εκ}} \quad (6)$$

όπου  $V_{\text{εκ}}$  ο όγκος του εκτοπισμένου υγρού (Σχήμα 2). Στην περίπτωση που το σώμα είναι εξ' ολοκλήρου βυθισμένο στο υγρό ο όγκος του εκτοπισμένου υγρού συμπίπτει επακριβώς με τον όγκο του σώματος  $V_{\sigma}$ .



Σχήμα 2. Άνωση σε σώμα ανάλογα με το μέρος του σώματος που έχει βυθιστεί.

Θα πρέπει να σημειωθεί ότι λόγω δράσης αντίδρασης, αφού το υγρό ασκεί στο σώμα την δύναμη της άνωσης με φορά προς τα πάνω και το σώμα θα ασκεί στο υγρό μία αντίθετη δύναμη με φορά προς τα κάτω (την αντίδραση της άνωσης).

Ας θεωρηθεί τώρα ένα σώμα το οποίο είναι βυθισμένο εξ' ολοκλήρου μέσα σε δοχείο με υγρό και αρχικά είναι ακίνητο. Σ' αυτό τότε ασκούνται η δύναμη του βάρους του  $B$  και η άνωση  $A$  οι οποίες έχουν αντίθετη φορά. Διακρίνονται οι εξής περιπτώσεις:

1.  $B > A$ . Τότε το σώμα θα κινηθεί προς τον πυθμένα του δοχείου με επιτάχυνση:

$$a = \frac{B - A}{m} \text{ η οποία θα αρχίσει να ελαττώνεται εξαιτίας της αντίστασης του υγρού.}$$

Η σχέση των πυκνοτήτων υγρού και σώματος για να συμβεί αυτό προκύπτει ως εξής:

$$B > A \Rightarrow \rho_{\text{σ}} g V_{\sigma} > \rho_{\text{υγ}} g V_{\sigma} \Rightarrow \rho_{\text{σ}} > \rho_{\text{υγ}}$$

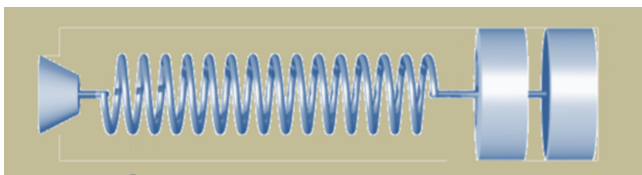
2.  $B < A$ . Τότε το σώμα θα κινηθεί προς την επιφάνεια του υγρού με επιτάχυνση:

$$a = \frac{A - B}{m} \text{ η οποία θα αρχίσει να ελαττώνεται εξαιτίας της αντίστασης του υγρού.}$$

Η σχέση των πυκνοτήτων υγρού και σώματος για να συμβεί αυτό προκύπτει ως εξής:

$$B < A \Rightarrow \rho_{\text{σ}} g V_{\sigma} < \rho_{\text{υγ}} g V_{\sigma} \Rightarrow \rho_{\text{σ}} < \rho_{\text{υγ}}$$

Στην περίπτωση αυτή το σώμα κινούμενο προς την επιφάνεια θα εξέλθει εν μέρει του υγρού



ισορροπώντας σε θέση που το βάρος του θα ισούται με την άνωση:

$$B = A' = \rho_{\nu} g V_{\text{εκ}}$$

όπου  $V_{\text{εκ}}$  ο όγκος του εκτοπισμένου υγρού που ισούται με το μέρος του όγκου του σώματος ο οποίος βρίσκεται μέσα στο υγρό.

3.  $B = A$ . Τότε το σώμα θα ισορροπεί σε όποιο σημείο και αν βρίσκεται μέσα στο υγρό. Η σχέση των πυκνοτήτων υγρού και σώματος για να συμβεί αυτό προκύπτει ως εξής:

$$B = A \Rightarrow \rho_{\sigma} g V_{\sigma} = \rho_{\nu} g V_{\sigma} \Rightarrow \rho_{\sigma} = \rho_{\nu}$$

### 3 Πειραματική διαδικασία.

#### 3.1 Μέτρηση της πυκνότητας στερεού σώματος με την μέθοδο της Άνωσης.

Διακρίνονται δύο περιπτώσεις:

**α. Όταν το στερεό σώμα του οποίου υπολογίζεται η πυκνότητα βυθίζεται από μόνο του εξ' ολοκλήρου μέσα στο νερό.**

Αυτό συμβαίνει όπως ήδη έχει αναφερθεί όταν η πυκνότητα του σώματος είναι μεγαλύτερη από την πυκνότητα του νερού ( $\rho_{\sigma} > \rho_{\nu}$ ).

Αρχικά θα πρέπει να βρεθεί το βάρος του σώματος με ζύγιση. Η σχέση που συνδέει το βάρος με την πυκνότητα του σώματος είναι:

$$B = \rho_{\sigma} g V_{\sigma} \quad (7)$$

Κατόπιν θα πρέπει να βρεθεί η άνωση που ασκείται στο σώμα όταν είναι βυθισμένο μέσα στο νερό, του οποίου θεωρείται γνωστή η πυκνότητα του  $\rho_{\nu}$ . Για τον σκοπό αυτό πρώτα ζυγίζεται το δοχείο με το νερό που περιέχει. Στην συνέχεια φροντίζοντας να κρατιέται το σώμα βυθισμένο μέσα στο νερό χωρίς όμως να ακουμπάει ούτε στα πλευρικά τοιχώματα ούτε στον πυθμένα του δοχείου (π.χ. δένοντάς το με μία λεπτή κλωστή και κρατώντας το κρεμασμένο μέσα στο νερό).

Το δοχείο με το νερό μαζί με το υπάρχον σε αυτό σώμα τοποθετείται πάνω στην ζυγαριά. Θα παρατηρηθεί ότι η ένδειξη της ζυγαριάς είναι τώρα μεγαλύτερη από πριν, και αυτό γιατί τώρα μετράει το βάρος του δοχείου μαζί με το νερό αλλά και την αντίδραση της άνωσης (λόγω δράσης - αντίδρασης το βυθισμένο σώμα ασκεί δύναμη στο νερό προς τα κάτω ίση με την άνωση). Η διαφορά των δύο αυτών ενδείξεων είναι η άνωση που ασκείται από το νερό στο σώμα και σύμφωνα με την αρχή του Αρχιμήδη θα δίνεται από την σχέση:

$$A_{\nu} = \rho_{\nu} g V_{\sigma} \quad (8)$$

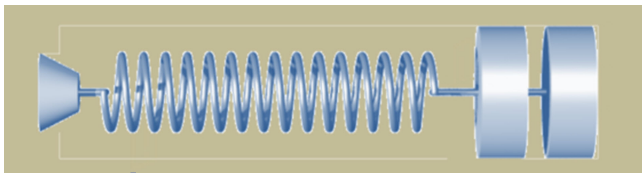
Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις (7) και (8) λαμβάνεται:

$$\frac{B}{A_{\nu}} = \frac{\rho_{\sigma} g V_{\sigma}}{\rho_{\nu} g V_{\sigma}} \Rightarrow \rho_{\sigma} = \frac{B}{A_{\nu}} \rho_{\nu} \quad (9)$$

**β. Όταν το στερεό σώμα του οποίου θέλουμε να βρούμε την πυκνότητα επιπλέει μέσα στο νερό.**

Αυτό συμβαίνει όπως έχει ήδη αναφερθεί όταν η πυκνότητα του σώματος είναι μικρότερη από την πυκνότητα του νερού ( $\rho_{\sigma} < \rho_{\nu}$ ).

Αρχικά θα πρέπει να βρεθεί το βάρος του σώματος (το οποίο μπορεί να είναι π.χ. φελλός, κομμάτι ξύλου, φελιζόλ, πλαστικό κ.ά.) με ζύγιση. Ο τύπος που συνδέει το βάρος του  $B_{\sigma}$  με



την πυκνότητα του σώματος είναι:

$$B_{\varphi} = \rho_{\varphi} g V_{\varphi} \quad (10)$$

Κατόπιν βυθίζεται το σώμα εξ' ολοκλήρου μέσα στο νερό δένοντάς το σε άλλο στερεό βαρύ σώμα και μετριέται με την μέθοδο που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη παράγραφο την άνωση  $A_{ολ}$  του συστήματος των δύο σωμάτων. Κατόπιν μετριέται η άνωση μόνο στο στερεό για το βαρύ σώμα  $A_{\Sigma}$ . Η διαφορά των δύο ενδείξεων είναι η άνωση στο σώμα  $A_{\varphi}$ , δηλαδή  $A_{\varphi} = A_{ολ} - A_{\Sigma}$  και η οποία αξιοποιώντας την αρχή του Αρχιμήδη συνδέεται με την πυκνότητα σύμφωνα με την σχέση:

$$A_{\varphi} = \rho_{\nu} g V_{\varphi} \quad (11)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις εξισώσεις (10) και (11) λαμβάνεται για την πυκνότητα του επιπλέοντος σώματος:

$$\rho_{\varphi} = \frac{B_{\varphi}}{A_{\varphi}} \rho_{\nu}$$

### 3.2 Μέτρηση της πυκνότητας υγρού με την μέθοδο της Άνωσης.

Η μέτρηση της πυκνότητας του άγνωστου υγρού θα γίνει με την βοήθεια στερεού σώματος και θεωρώντας γνωστή την πυκνότητα του νερού. Αρχικά βυθίζεται το στερεό σώμα στο νερό και μετριέται με την μέθοδο που αναπτύχθηκε στην προηγούμενη παράγραφο την άνωση  $A_{\nu}$  που του ασκείται από το νερό και η οποία συνδέεται με την πυκνότητα του νερού  $\rho_{\nu}$  σύμφωνα με την αρχή του Αρχιμήδη με την σχέση:

$$A_{\nu} = \rho_{\nu} g V_{\sigma} \quad (13)$$

Στην συνέχεια βυθίζεται το στερεό σώμα στο άγνωστο υγρό και μετριέται με την ίδια μέθοδο η άνωση  $A_x$  η οποία συνδέεται με την πυκνότητα του άγνωστου υγρού  $\rho_x$  με την σχέση:

$$A_x = \rho_x g V_{\sigma} \quad (14)$$

Διαιρώντας κατά μέλη τις δύο προηγούμενες σχέσεις προκύπτει:

$$\rho_x = \frac{A_x}{A_{\nu}} \rho_{\nu} \quad (15)$$

## 4 Εργασίες.

### A. Μέτρηση πυκνότητας στερεού.

- Υπολογίζεται το βάρος  $B$  του σώματος:  $B$  (P)
- Τοποθετείται το δοχείο με το νερό στο ζυγό και σημειώνεται η ένδειξη:  $B_{\delta}$  (P)
- Βυθίζεται το σώμα στο νερό προσέχοντας να μην αγγίζει τον πυθμένα ή τα πλευρικά τοιχώματα του δοχείου και σημειώνεται η ένδειξη του ζυγού ως:  $B'$  (P)

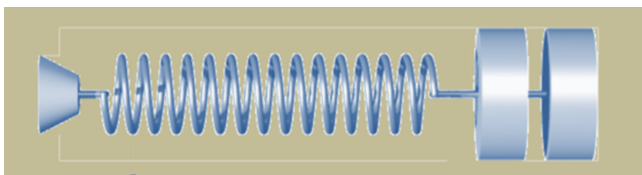
Η διαφορά των ενδείξεων είναι ακριβώς η άνωση:  $A_{\nu} = B' - B_{\delta}$  (P)

- Μετρώντας την θερμοκρασία του νερού βρίσκεται από το σχετικό πίνακα η πυκνότητά του  $\rho_{\nu}$  (gr/cm<sup>3</sup>)

- Από τη σχέση (9) υπολογίζεται η πυκνότητα του σώματος:  $\rho_{\sigma}$  (gr/cm<sup>3</sup>)

### B. Μέτρηση πυκνότητας στερεού που επιπλέει στο νερό.

- Υπολογίζεται το βάρος του σώματος:  $B_{\varphi}$  (P).



2. Υπολογίζεται η άνωση στο βαρύ στερεό σώμα:  $A_{\Sigma}$  (P).
3. Υπολογίζεται η άνωση του συστήματος των δύο σωμάτων:  $A_{ολ}$  (P).
4. Η διαφορά των δύο ανώσεων είναι η άνωση του σώματος:  $A_{\varphi} = A_{ολ} - A_{\Sigma}$  (P).
5. Από την σχέση (12) υπολογίζεται η πυκνότητα του επιπλέοντος σώματος:

$$\rho_{\varphi} \quad (P).$$

### Γ. Μέτρηση πυκνότητας υγρού.

Προσδιορίζεται η άγνωστη πυκνότητα τριών υγρών.

1. Τοποθετείται το δοχείο με το άγνωστο υγρό στο ζυγό και σημειώνεται η ένδειξη:

$B_{\delta_{1x}}$ (P)	$B_{\delta_{2x}}$ (P)	$B_{\delta_{3x}}$ (P)
-----------------------	-----------------------	-----------------------

2. Βυθίζεται το στερεό σώμα πυκνότητας  $\rho_{\sigma}$  μέσα στο υγρό άγνωστης πυκνότητας και σημειώνεται εκ νέου η ένδειξη του ζυγού:

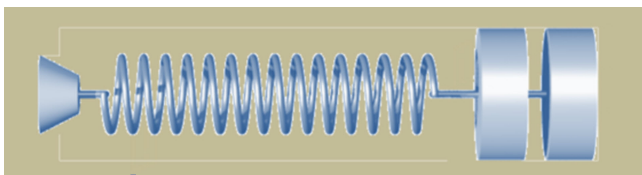
$B'_{1x}$ (P)	$B'_{2x}$ (P)	$B'_{3x}$ (P)
---------------	---------------	---------------

3. Υπολογίζεται έτσι ή άνωση του σώματος:

$A_{1x} = B'_{1x} - B_{\delta_{1x}}$ (P)	$A_{1x} = B'_{2x} - B_{\delta_{2x}}$ (P)	$A_{1x} = B'_{3x} - B_{\delta_{3x}}$ (P)
--	--	--

4. Από την σχέση (15) υπολογίζεται η πυκνότητα του άγνωστου υγρού:

$\rho_{1x}$ (gr/cm <sup>3</sup> )	$\rho_{2x}$ (gr/cm <sup>3</sup> )	$\rho_{3x}$ (gr/cm <sup>3</sup> )
-----------------------------------	-----------------------------------	-----------------------------------



## 5 Θεματολογικές ερωτήσεις κατανόησης.

### 5.1 Ερωτήσεις θεωρίας

1. Διατυπώστε την Αρχή του Αρχιμήδη.
2. Να δοθούν οι ορισμοί της πυκνότητας και του ειδικού βάρους ενός σώματος. Να αποδειχθεί η σχέση που συνδέει τα μεγέθη αυτά.
3. Ορισμός της πίεσης και οι μονάδες μέτρησης της.
4. Διατυπώστε αναλυτικά την αρχή του Pascal.
5. Διατυπώστε τη σχέση που συνδέει την υδροστατική πίεση με το βάθος.
6. Διατυπώστε τη συνθήκη που θα πρέπει να ικανοποιείτε για να επιπλέει ένα σώμα και ποια προκειμένου αυτό να βυθιστεί.
7. Που ένα πλοίο εξέχει περισσότερο έξω από την επιφάνεια του νερού: σε μία λίμνη ή στην θάλασσα; Δικαιολογείστε την απάντησή σας.
8. Ο σίδηρος έχει μεγαλύτερη πυκνότητα από το νερό. Εξηγείστε πως τα σύγχρονα πλοία που είναι φτιαγμένα από σίδηρο επιπλέουν.
9. Διαθέτετε στρώμα θαλάσσης ορθογώνιου σχήματος διαστάσεων επιφάνειας  $2.2\text{m} \times 0.7\text{m}$  και πάχους  $10\text{cm}$ . Αν η μάζα του είναι  $m = 2.5\text{Kg}$  πόσο το πολύ βάρος πρέπει να έχει ο λουόμενος που επιβαίνει σε αυτό ώστε το στρώμα μόλις να μην βυθίζεται;

### 5.2 Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής.

#### 1. Η πίεση είναι μέγεθος:

- α. Μονόμετρο.
- β. Διανυσματικό.
- γ. Αδιάστατο.
- δ. Άλλοτε το α και άλλοτε το β.

#### 2. Η δύναμη την οποία ασκεί κάποιο υγρό λόγω πίεσης σε μια μικρή επιφάνεια των τοιχωμάτων του δοχείου που το περιέχει:

- α. Έχει τυχαίο προσανατολισμό.
- β. Διευθύνεται προς το εσωτερικό του δοχείου
- γ. Έχει φορά προς το εξωτερικό του δοχείου και είναι κάθετη στην επιφάνεια ανεξάρτητα του προσανατολισμού της.

#### 3. Η ελεύθερη επιφάνεια ενός υγρού που βρίσκεται σε ισορροπία εντός δοχείου:

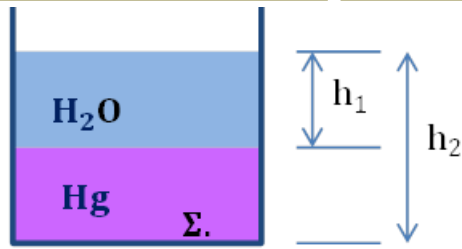
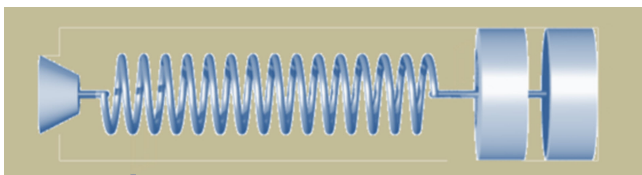
- α. Εξαρτάται από το σχήμα του δοχείου εντός του οποίου βρίσκεται το υγρό.
- β. Εξαρτάται από το γεωγραφικό πλάτος του τόπου στον οποίο βρίσκεται το δοχείο.
- γ. Είναι επίπεδη και οριζόντια εφ' όσον το δοχείο δεν είναι τριχοειδής σωλήνας.
- δ. Ισχύει το γ εάν επί του υγρού ενεργεί μόνο η βαρύτητα.

#### 4. Για ποιο λόγο στα πλοία τα βαρύτερα αντικείμενα όπως είναι οι μηχανές αυτών τοποθετούνται σε όσο το δυνατόν χαμηλότερο σημείο εντός του σκάφους:

- α. Για να μην εμποδίζουν την μετακίνηση.
- β. Για την καλύτερη αξιοποίηση του διαθέσιμου χώρου.
- γ. Για να είναι όσο το δυνατόν χαμηλότερα το κέντρο βάρους του πλοίου ώστε να αυξηθεί η ευσταθής ισορροπία του

### 5.3 Γ. Ερωτήσεις κρίσεως

1. Εντός δοχείου υπάρχει Hg (υδράργυρος) και H<sub>2</sub>O (νερό) όπως στο σχήμα. Ποια η πίεση στο σημείο Σ;

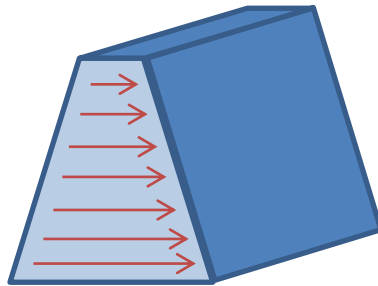


Η πίεση στο Σ θα είναι:

$$P_{\Sigma} = P_{atm} + P_{Hg} + P_{H_2O} \quad \text{ή}$$

$$P_{\Sigma} = P_{atm} + \epsilon_{Hg}(h_2 - h_1) + \epsilon_{H_2O}h_1$$

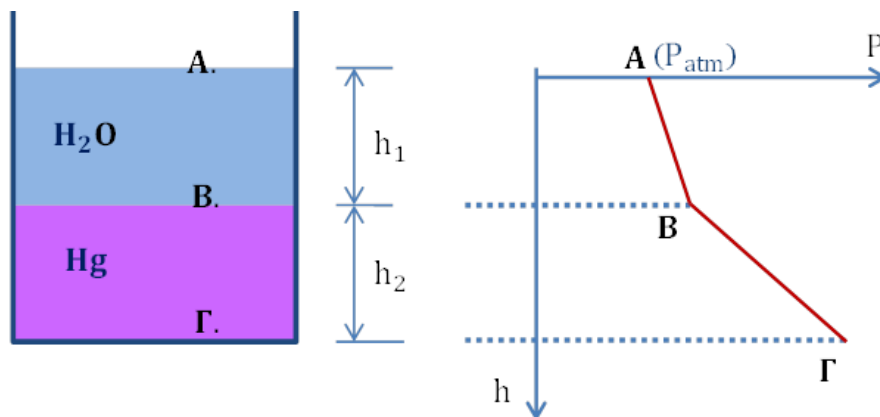
**2. Γιατί τα τοιχώματα των φραγμάτων είναι παχύτερα προς τα κάτω;**



Διότι επί του φράγματος ασκείται υδροστατική πίεση η οποία αυξάνει ανάλογα του βάθους  $h$  ήτοι:  $P = \epsilon \cdot h$ . Άρα αναλόγως του  $h$  θα αυξάνουν και οι δυνάμεις που ασκούνται σε ίσα εμβαδά επί του φράγματος διότι  $F = P \cdot S = \epsilon \cdot h \cdot S$ . Άρα και η αντοχή του φράγματος θα πρέπει να αυξάνει ανάλογα του βάθους  $h$  από την επιφάνεια του ύδατος.

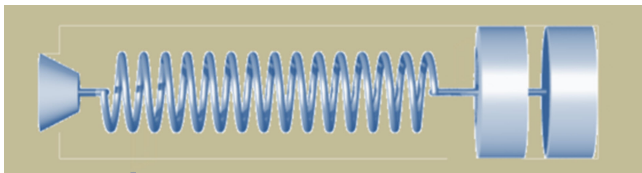
**3. Να παρασταθεί γραφικά η πίεση συναρτήσει του βάθους στο δοχείο του σχήματος.**

Η πίεση στην επιφάνεια του νερού είναι ίση με την ατμοσφαιρική  $P_{atm}$  (σημείο Α).



Εντός του ύδατος η πίεση αυξάνει με το βάθος  $h$  σύμφωνα με τη σχέση:  $P_h = P_{atm} + \epsilon_{H_2O} \cdot h$  ενώ εντός του υδράργυρου σύμφωνα με την  $P_{h'} = P_B + \epsilon_{Hg} \cdot h'$  όπου  $P_B$  η πίεση στο B και  $h'$  το βάθος εντός το Hg. Άρα το διάγραμμα  $P = f(h)$  εντός του ύδατος είναι η ευθεία (AB) και εντός του υδράργυρου η ευθεία (BΓ). Η κλίση της (BΓ) είναι μεγαλύτερη της (AB) διότι:  $\epsilon_{Hg} > \epsilon_{H_2O}$ .





4. Εντός ενός δοχείου περιέχεται υγρό. Αν επί του υγρού τοποθετηθεί σώμα το οποίο επιπλέει θα μεταβληθεί η πίεση στο πυθμένα του δοχείου;

Η πίεση στον πυθμένα του δοχείου είναι  $P = P_{\text{atm}} + \varepsilon \cdot h$ . Όταν τοποθετηθεί το σώμα στην ελεύθερη επιφάνεια του υγρού, μέρος αυτού βυθίζεται εντός του υγρού με αποτέλεσμα να ανέλθει η ελεύθερη επιφάνεια του υγρού και επομένως να αυξηθεί το  $h$ . Άρα θα αυξηθεί και η πίεση  $P$  στον πυθμένα.

5. Εντός δοχείου που περιέχει υγρό βυθίζονται ταυτόχρονα εξ ολοκλήρου δυο κυλινδρικά σώματα ίδιων γεωμετρικών χαρακτηριστικών το ένα από ξύλο (φελλός) και το άλλο από σίδηρο. Σε ποιο από τα δυο θα ασκηθεί μεγαλύτερη άνωση;

Και στα δυο σώματα θα ασκηθεί η ίδια άνωση ( $A$ ) διότι αυτή εξαρτάται από το ειδικό βάρος του υγρού και όχι των σωμάτων. Ο μεν φελλός ανέρχεται διότι η άνωση είναι μεγαλύτερη του βάρους του ενώ ο σίδηρος βυθίζεται διότι η άνωση σε αυτόν είναι μικρότερη του βάρους του.

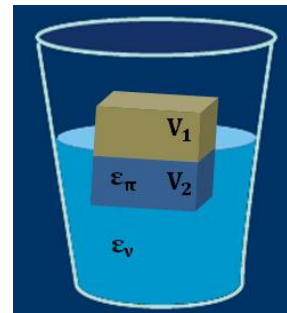
6. Ποτέ ένας κολυμβητής δέχεται μεγαλύτερη άνωση όταν κολυμπά σε ύδατα μεγάλου βάθους ή σε ύδατα μικρού βάθους; (και στις δυο περιπτώσεις να είναι βυθισμένο το ίδιο τμήμα του σώματος του).

Και στις δυο περιπτώσεις δέχεται την ίδια άνωση διότι αυτή δίνεται από τη σχέση:  $A = \varepsilon_{\text{υγ}} \cdot \acute{\sigma}_{\omega\mu}$  όπου  $\acute{\sigma}_{\omega\mu}$  είναι ο όγκος του βυθισμένου τμήματος του σώματος του που εν προκειμένω θεωρείται ίδιο.

7. Ένα ποτήρι είναι γεμάτο νερό μέχρι το χείλος του και εντός αυτού επιπλέει τεμάχιο πάγου. Κατά την τήξη του πάγου θα υπερχειλίσει το ποτήρι.

Όχι διότι η στάθμη του νερού θα παραμείνει αμετάβλητη. Επειδή το κομμάτι του πάγου επιπλέει θα ισχύει η σχέση:  $B_{\text{παγ}} = A \Rightarrow B_{\text{παγ}} = \varepsilon_{\text{ν}} V_2$  (1).

Όταν το κομμάτι του πάγου λειώσει το βάρος του νερού που θα προκύψει θα δίνεται από την σχέση:  $B_{\text{ν}} = \varepsilon_{\text{ν}} V_3$  (2) όπου  $V_3$  ο όγκος του νερού που προέρχεται από τον πάγο. Αλλά  $B_{\text{παγ}} = B_{\text{ν}}$  (3). Από τις (1), (2), (3) προκύπτει:  $\varepsilon_{\text{ν}} V_2 = \varepsilon_{\text{ν}} V_3 \Rightarrow V_2 = V_3$ . Δηλαδή το νερό που προέρχεται από τον πάγο θα καταλάβει τον όγκο που καταλάμβανε το κομμάτι του βυθιζόμενου πάγου  $V_2$ .



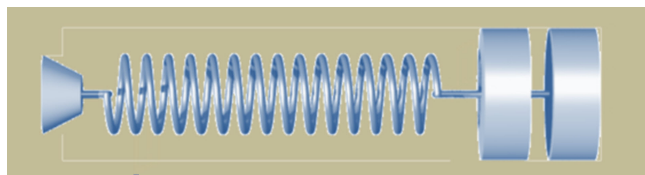
8. Ποιες ανωμαλίες παρουσιάζει το νερό και ποια η σημασία αυτών για την φύση;

α. Ανωμαλία διαστολής ύδατος. Το νερό θερμαινόμενο από  $0^{\circ}\text{C}$  έως  $4^{\circ}\text{C}$  συστέλλεται ενώ πάνω από τους  $4^{\circ}\text{C}$  θερμαινόμενο το νερό διαστέλλεται.

β. Κατά την τήξη ο όγκος του πάγου ελαττώνεται έτσι το στερεό επιπλέει επί του υγρού.

γ. Αυξανόμενης της εξωτερικής πίεσης το σημείο τήξεως αυτού κατέρχεται.

Οι δύο ανωμαλίες έχουν μεγάλη σπουδαιότητα διότι εξαιτίας αυτών δεν παγώνουν τα ύδατα των λιμνών και των θαλασσών, του πλανήτη μας παρά μόνο επιφανειακά ενώ σε μεγάλα βάθη έχουμε νερό  $4^{\circ}\text{C}$  και έτσι δεν καταστρέφεται ο ζωικός και ο φυτικός κόσμος που ζει εντός αυτών. Αυτό συμβαίνει διότι αφ' ενός μεν το νερό των  $4^{\circ}\text{C}$  έχει



την μεγαλύτερη πυκνότητα και αφ' ετέρου ο πάγος επιπλέει επί του ύδατος και σχηματίζει στρώμα (κακός αγωγός της θερμότητας).

**9. Ποια η αιτία που οι σωλήνες του νερού σπάζουν το χειμώνα όταν η θερμοκρασία κατεβεί πολύ χαμηλά;**

Οι σωλήνες του νερού σπάζουν στις πολύ χαμηλές θερμοκρασίες διότι ο πάγος που σχηματίζεται από το νερό που παγώνει έχει μεγαλύτερο όγκο από αυτό.

**10. Ένα σώμα που επιπλέει βρίσκεται σε ευσταθή ισορροπία αν το κέντρο της άνωσης είναι πάνω ή κάτω από το κέντρο βάρους του;**

Η άνωση και το βάρος δημιουργούν ένα ζεύγος δυνάμεων. Η ροπή του ζεύγους τείνει να κρατήσει το σώμα σε ισορροπία μόνο αν το κέντρο άνωσης βρίσκεται πάνω από το κέντρο βάρους του σώματος.

**11. Γιατί μια ομογενής ξύλινη ράβδος ή ένας ομογενής κορμός δέντρου πλέον οριζόντια στο νερό;**

Η ράβδος ή ο κορμός επιπλέον οριζόντια γιατί αυτή είναι η μόνη πιθανή κατάσταση ευσταθούς ισορροπίας.

**12. Που βρίσκεται το κέντρο ανώσεως ενός κυλινδρικού σώματος που αποτελείται το μισό από σίδηρο και το άλλο μισό από ξύλο;**

Το κέντρο ανώσεως οποιουδήποτε σώματος συμπίπτει με το κέντρο βάρους του εκτοπισθέντος υπ' αυτού υγρού δηλαδή αν είναι ολόκληρο βυθισμένο θα συμπίπτει με το κέντρο βάρους του σώματος όταν αυτό θεωρηθεί ομογενές. Άρα η θέση του εξαρτάται μόνο από το γεωμετρικό του σχήμα. Στο δοθέν υποθετικό σώμα που είναι κυλινδρικό το κέντρο ανώσεως βρίσκεται στο μέσον του ύψους του.

**13. Ποταμόπλοιο επιπλέει σε ποτάμι και στη συνέχεια εισέρχεται στη θάλασσα. Πότε δέχεται μεγαλύτερη άνωση;**

Δέχεται την ίδια άνωση. Διότι εφ' όσον θεωρείται ότι επιπλέει ισχύει  $B_{\text{πλ}} = A_{\text{ποτ}}$  και  $B_{\text{πλ}} = A_{\text{θαλ}}$  άρα  $A_{\text{ποτ}} = A_{\text{θαλ}}$ .

**14. Τι θα συμβεί αν πλοίο εισέλθει από ένα ποτάμι στη θάλασσα; (δίνεται:  $\epsilon_{\text{θαλ}} > \epsilon_{\text{ποτ}}$ ).**

Όταν το πλοίο επιπλέει στη θάλασσα σε αυτό ασκούνται το βάρος του  $B$  και η άνωση  $A$  από το νερό και θα ισχύει:  $B = A_{\text{θαλ}} = \epsilon_{\text{θαλ}} V_{\text{βυθ}}$  όπου  $V_{\text{βυθ}}$  το βυθιζόμενο τμήμα του πλοίου όταν επιπλέει στην θάλασσα. Εντός του ποταμού για τους ίδιους λόγους θα ισχύει:  $B = A_{\text{ποτ}} = \epsilon_{\text{ποτ}} V'_{\text{βυθ}}$  όπου  $V'_{\text{βυθ}}$  το βυθιζόμενο τμήμα του πλοίου όταν επιπλέει στο ποτάμι.

Άρα  $\epsilon_{\text{θαλ}} V_{\text{βυθ}} = \epsilon_{\text{ποτ}} V'_{\text{βυθ}} \Rightarrow V_{\text{βυθ}} = \frac{\epsilon_{\text{ποτ}}}{\epsilon_{\text{θαλ}}} V'_{\text{βυθ}}$ . Επειδή  $\epsilon_{\text{θαλ}} > \epsilon_{\text{ποτ}}$  ισχύει:

$\frac{\epsilon_{\text{ποτ}}}{\epsilon_{\text{θαλ}}} < 1$  άρα  $V_{\text{βυθ}} < V'_{\text{βυθ}}$ . Επομένως ο βυθιζόμενος όγκος του πλοίου μέσα στη

θάλασσα είναι μικρότερος από το βυθισμένο όγκο του ίδιου πλοίου στο ποτάμι.