



---

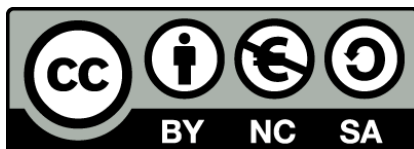
## Φυσική (Ε)

**Ενότητα 12:** Μελέτη στερεού σώματος

Ιωάννης Βαμβακάς

Τμήμα Οινολογίας και Τεχνολογίας Ποτών

---



Το περιεχόμενο του μαθήματος διατίθεται με άδεια Creative Commons εκτός και αν αναφέρεται διαφορετικά



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



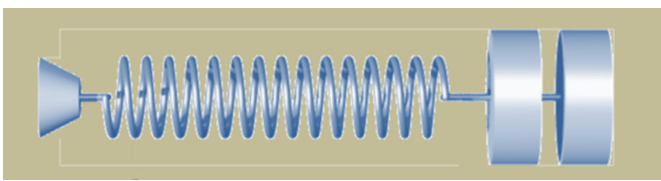
ΕΠΙΧΕΙΡΗΣΙΑΚΟ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ  
ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΚΑΙ ΔΙΑ ΒΙΟΥ ΜΑΘΗΣΗ  
*επένδυση στην κοινωνία της γνώσης*  
ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



## Μελέτη στερεού σώματος

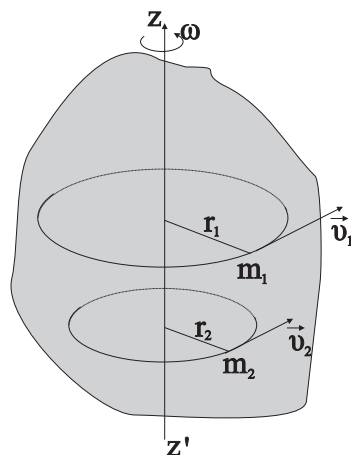
### 1. Σκοπός

Στην άσκηση αυτή θα μετρήσουμε την κατευθύνουσα ροπή ενός ελατηρίου και θα προσδιορίσουμε τη ροπή αδράνειας του.

### 2. Θεωρία

#### 2.1 Ροπή αδράνειας

Ροπή αδράνειας  $I$  ενός στερεού ως προς άξονα  $z'z$  ονομάζουμε το άθροισμα των γινομένων των στοιχειωδών μαζών από τις οποίες αποτελείται το σώμα επί τα τετράγωνα των αποστάσεων τους από τον άξονα περιστροφής.



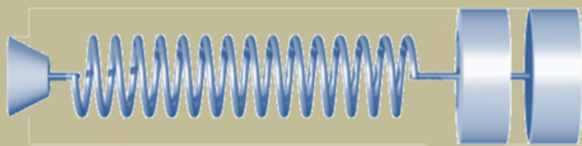
$$I = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + \dots + m_n r_n^2 \quad \text{Μονάδα } 1 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$$

Για ένα σώμα το οποίο δεν αποτελείται από διάκριτες μάζες αλλά από συνεχή κατανομή μάζας η παραπάνω άθροιση μετατρέπεται σε ολοκλήρωμα. Θεωρούμε τότε ότι το σώμα χωρίζεται σε άπειρες στοιχειώδεις μάζες  $dm$  που απέχουν απόσταση  $r$  από τον άξονα περιστροφής και η ροπή αδράνειας λαμβάνει την μορφή

$$I = \int dm r^2 \quad (1)$$

#### Εφαρμογές:

1) Ροπή αδράνειας σημειακής μάζας  $m$  που βρίσκεται σε απόσταση  $R$  από τον άξονα περιστροφής



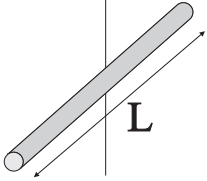
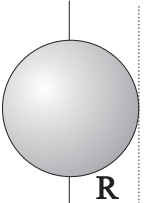
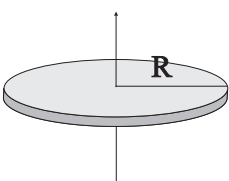
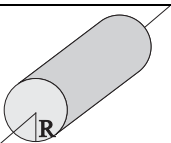
$$I = mR^2 \quad (2)$$

**2) Ροπή αδράνειας δακτυλίου μάζας M ακτίνας R**

$$I = MR^2 \quad (3)$$

Οι παραπάνω ροπές αδράνειας υπολογίσθηκαν χωρίς την χρήση ολοκληρωμάτων. Ο παρακάτω πίνακας αναφέρεται στην ροπή αδράνειας μερικών χαρακτηριστικών σωμάτων ως προς άξονα περιστροφής που υποδηλώνεται στο σχήμα και περνάει από το κέντρο μάζας τους.

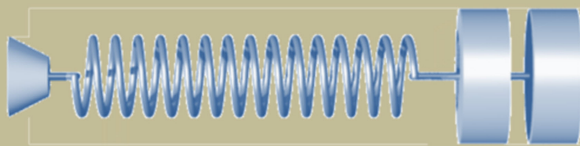
**Ροπή αδράνειας μερικών χαρακτηριστικών σωμάτων**

Σχήμα	Ροπή αδράνειας ως προς άξονα που περνά από το κέντρο μάζας	
Λεπτή Ράβδος	$I = \frac{1}{12} mL^2$	
Συμπαγής Σφαίρα	$I = \frac{2}{5} mR^2$	
Δίσκος	$I = \frac{1}{2} mR^2$	
Συμπαγής κύλινδρος	$I = \frac{1}{2} mR^2$	

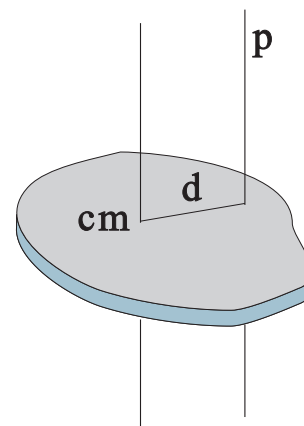
**3) Ροπή αδράνειας συστήματος σωμάτων:** Ισούται με το άθροισμα των ροπών αδράνειας των σωμάτων που αποτελούν το σύστημα

$$I_{ολ} = I_1 + I_2 + \dots \quad (4)$$

Υπενθυμίζεται πως η ροπή αδράνειας είναι μονόμετρο μέγεθος. Συνεπώς το παραπάνω άθροισμα είναι αλγεβρικό.



**Θεώρημα Steiner :** Αν  $I_{cm}$  είναι η ροπή αδράνειας ενός σώματος με μάζα  $M$  ως προς άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του, η ροπή αδράνειας του ως προς έναν άξονα  $p$  που είναι παράλληλος και απέχει απόσταση  $d$  από τον πρώτο είναι ίση με το άθροισμα της ροπής αδράνειας ως προς τον άξονα που διέρχεται από το κέντρο μάζας του σώματος και του γινόμενου της μάζας του σώματος επί το τετράγωνο της απόστασης  $d$



$$I = I_{cm} + Md^2 \quad (5)$$

Το θεώρημα **Steiner** ισχύει και όταν ο άξονας περιστροφής  $p$  βρίσκεται **έξω από το σώμα**. Η ροπή αδράνειας εκφράζει την αδράνεια των σωμάτων στην στροφική κίνηση. Εκφράζει δηλαδή την ιδιότητα που εκφράζει η μάζα στην μεταφορική κίνηση.

## 2.2 Θεμελιώδης νόμος της στροφικής κίνησης

Το αλγεβρικό άθροισμα των ροπών που δρουν σ' ένα στερεό σώμα το οποίο περιστρέφεται γύρω από σταθερό άξονα ισούται με το γινόμενο της ροπής αδράνειας (υπολογισμένη ως προς τον άξονα περιστροφής) και της γωνιακής επιτάχυνσης του σώματος

$$\Sigma \tau = I \alpha_{\gamma\omega\nu} \quad I \text{ σταθ} \quad (6)$$

### Ειδικές περιπτώσεις:

1) Θέτοντας στην παραπάνω σχέση  $\Sigma \tau = 0$ , λαμβάνουμε  $\alpha_{\gamma\omega\nu} = 0$ , δηλαδή η γωνιακή ταχύτητα του στερεού σώματος παραμένει σταθερή

2) Θέτοντας  $\Sigma \tau = \text{σταθ}$  λαμβάνουμε  $\alpha_{\gamma\omega\nu} = \text{σταθ}$ , δηλαδή το σώμα εκτελεί **στροφική ομαλά μεταβαλλόμενη κίνηση**

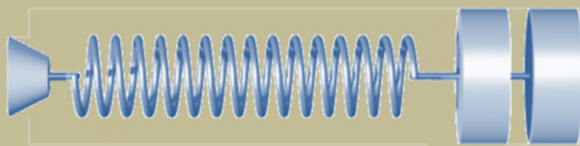
## 2.3 Στροφικό εκκρεμές

Έστω ένα σπειροειδές ελατήριο το οποίο μπορεί να στρέψει ένα σύστημα σωμάτων. Αν το σύστημα περιστραφεί κατά γωνία  $\theta$  τότε θα ασκηθεί σ' αυτό ροπή από το ελατήριο η οποία θα δίνεται από τον τύπο

$$\tau = -D\theta \quad (7)$$

όπου  $D$  μία σταθερά η οποία εξαρτάται από τα φυσικά χαρακτηριστικά του ελατηρίου και λέγεται **κατευθύνουσα ροπή** του ελατηρίου. Το αρνητικό πρόσημο δείχνει ότι η ροπή  $\tau$  είναι αντίρροπη από την γωνία στροφής  $\theta$ . Εφαρμόζοντας τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης για το στροφικό εκκρεμές θα έχουμε

$$\tau = I \alpha_{\gamma\omega\nu} \Rightarrow -D\theta = I \frac{d^2 \theta}{dt^2} \quad (8)$$



Η λύση της παραπάνω εξίσωσης είναι της μορφής

$$\theta = \theta_0 \cos(\omega t + \varphi_0) \quad (9)$$

όπου  $\theta_0$  η μέγιστη γωνιακή απομάκρυνση. Η περίοδος ταλάντωσης δίνεται από την σχέση

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}} \quad (10)$$

Αν το στροφικό εκκρεμές περιστρέφεται γύρω από άξονα που δεν διέρχεται από το κέντρο μάζα του, τότε σύμφωνα με το θεώρημα Steiner η περίοδος λαμβάνει την μορφή

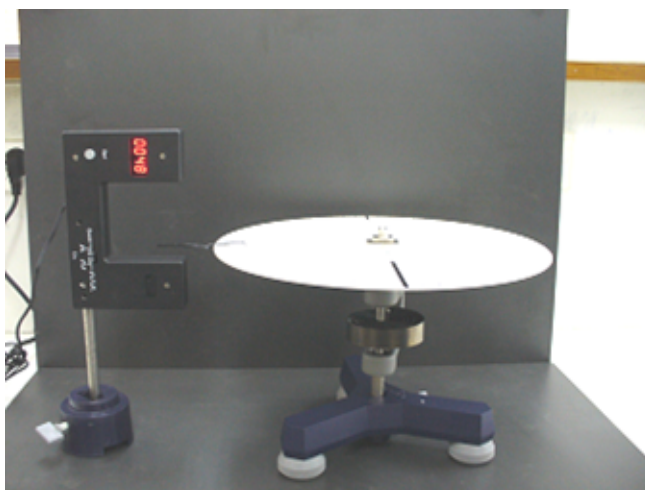
$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{cm} + md^2}{D}} \quad (11)$$

όπου  $m$  η μάζα του εκκρεμούς και  $d$  η απόσταση του κέντρου μάζας από τον άξονα περιστροφής

### 3. Πειραματική διαδικασία

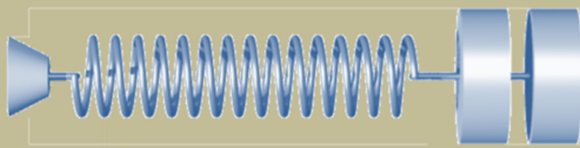
#### 3.1 Μέτρηση της κατευθύνουσας ροπής ελατηρίου

Η πειραματική μας διάταξη αποτελείται από ένα σπειροειδές ελατήριο το ένα άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο ενώ το άλλο άκρο του μπορεί να στρέφεται όντας στερεωμένο σε κινητό άξονα στην κορυφή του οποίου τοποθετούμε έναν κυκλικό δίσκο (Εικόνα 1).



Εικόνα 1

Εξαιτίας του ελατηρίου το σύστημα μπορεί να εκτελεί στροφικές ταλαντώσεις. Ο δίσκος μπορεί να τοποθετηθεί πάνω στον άξονα περιστροφής σε διάφορα σημεία του (υπάρχουν οι κατάλληλες οπές πάνω στον δίσκο). Η περίοδος των ταλαντώσεων μετριέται με οπτικό καταμετρητή και χρονόμετρο. Ο καταμετρητής τοποθετούμενος



στην ένδειξη ‘count’ απαριθμεί τις φορές που η στενή ταινία που προεξέχει του δίσκου διακόπτει την φωτεινή δέσμη. Αυτό συμβαίνει δύο φορές ανά περίοδο. **Έτσι για να μετρήσουμε τον χρόνο 10 ταλαντώσεων θα πρέπει να αρχίσουμε να μετράμε με το χρονόμετρο τον χρόνο όταν ο καταμετρητής δείξει ένδειξη 1 και να σταματήσουμε το χρονόμετρο όταν δείξει ένδειξη 21**

Στόχος της άσκησης είναι να υπολογίσουμε την κατευθύνουσα ροπή του ελατηρίου, καθώς και την ροπή αδράνειας του ελατηρίου μαζί με τον άξονα περιστροφής τα οποία δεν μπορούμε να τα θεωρήσουμε αμελητέας μάζας και διαστάσεων. Για τον σκοπό αυτό πρέπει να μετρήσουμε την περίοδο των ταλαντώσεων του συστήματος γύρω από άξονες περιστροφής οι οποίοι καθορίζονται από τις οπές που βρίσκονται κατά μήκος μιας διαμέτρου του δίσκου(ανά τρία εκατοστά)

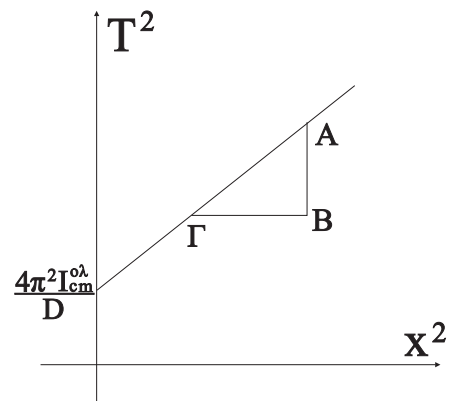
Όπως έχει ήδη αναφερθεί η σχέση που συνδέει την περίοδο  $T$  με την απόσταση  $x$  του άξονα περιστροφής από το κέντρο μάζας του δίσκου δίνεται από την σχέση

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{cm}^{0\lambda} + mx^2}{D}} \quad (12)$$

όπου  $I_{cm}^{0\lambda}$  η ροπή αδράνειας του συστήματος γύρω από το κέντρο μάζας του το οποίο συμπίπτει με το γεωμετρικό κέντρο του δίσκου και  $m$  η μάζα του δίσκου η οποία θεωρείται γνωστή.

Υψώνοντας στο τετράγωνο φέρνουμε την παραπάνω εξίσωση στην μορφή

$$T^2 = \frac{4\pi^2 I_{cm}^{0\lambda}}{D} + \frac{4\pi^2 m}{D} x^2 \quad (13)$$



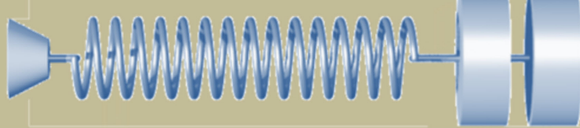
Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $T^2 = f(x^2)$  είναι ευθεία που δεν περνάει από την αρχή των αξόνων. Υπολογίζοντας την κλίση της από το ορθογώνιο τρίγωνο έχουμε

$$k = \frac{AB}{B\Gamma} = \frac{4\pi^2 m}{D} \quad (\text{από τη σχέση 13}) \quad (14)$$

και επομένως η κατευθύνουσα ροπή

$$D = \frac{4\pi^2 m}{k} \quad (15)$$

Η συνολική ροπή αδράνειας  $I_{cm}^{0\lambda}$  περιλαμβάνει την ροπή αδράνειας του δίσκου ως προς το κέντρο μάζας του καθώς και την ροπή αδράνειας το ελατηρίου μαζί με τον άξονα περιστροφής(τα οποία δεν μπορούμε να θεωρήσουμε ότι έχουν αμελητέα μάζα και διαστάσεις)Καθώς μετακινούμε τον δίσκο αναγκάζοντάς τον να περιστραφεί γύρω από διαφορετικά σημεία του , το ελατήριο μαζί με τον άξονα εξακολουθούν να περιστρέφονται γύρω από το κέντρο μάζας τους, συνεπώς η ροπή αδράνειάς τους δεν



αλλάζει. Από το σημείο τομής της ευθείας με τον κατακόρυφο άξονα μπορούμε να υπολογίσουμε το  $I_{cm}^{ολ}$ . Από την σχέση για την ροπή αδράνειας του δίσκου

$$I_{cm}^{\Delta\text{ισκου}} = \frac{1}{2} mR^2 \quad (16)$$

μπορούμε να υπολογίσουμε την ροπή αδράνειας του δίσκου. Συνεπώς λοιπόν από την ροπή αδράνειας συστήματος σωμάτων, έχουμε για την ροπή του συστήματος ελατηρίου-άξονα

$$I_{cm}^{\text{ελ-}\alpha\acute{\xi}} = I_{cm}^{ολ} - I_{cm}^{\Delta\text{ισκου}} \quad (17)$$

### 3.1.1 Εργασίες

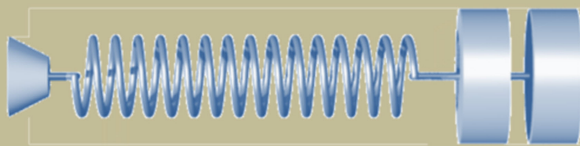
1. Τοποθετούμε τον δίσκο πάνω στον άξονα του ελατηρίου ούτως ώστε το κέντρο μάζας του να συμπίπτει με τον άξονα περιστροφής  $x = 0$  και τον βιδώνουμε σφιχτά.
2. Αναγκάζουμε το σύστημα να εκτελέσει στροφική ταλάντωση εκτρέποντάς το από την θέση ισορροπίας του (όχι παραπάνω από  $60^\circ$ ) και μετρούμε τον χρόνο δέκα ταλαντώσεων υπολογίζοντας στην συνέχεια τον χρόνο μιας ταλάντωσης. Συμπληρώνουμε με τις άνω μετρήσεις τον Πίνακα I
3. Μετατοπίζουμε τον άξονα περιστροφής στις επόμενες οπές του δίσκου επαναλαμβάνοντας την προηγούμενη διαδικασία συμπληρώνοντας ταυτόχρονα και τον Πίνακα I ( $x$  είναι η απόσταση της κάθε οπής στην οποία τοποθετούμε τον άξονα περιστροφής από το κέντρο μάζας του δίσκου που συμπίπτει με το γεωμετρικό του κέντρο)

**ΠΙΝΑΚΑΣ I**

x cm	$x^2$ cm <sup>2</sup>	10T sec	T sec	T <sup>2</sup> sec <sup>2</sup>

4. Χαράσσουμε το διάγραμμα  $T^2 = f(x^2)$
5. Υπολογίζουμε την κλίση της ευθείας  $k = \dots\dots\dots \text{s}^2/\text{cm}^2$
6. Μετατρέπουμε την κλίση σε μονάδες του S.I  $k = \dots\dots \text{s}^2/\text{m}^2$





7. Από την κλίση  $k$  και γνωρίζοντας την μάζα του δίσκου (ζύγιση σε ζυγό)  
 $m = \dots \text{ kg}$
8. υπολογίζουμε την κατευθύνουσα ροπή μέσω της σχέσης (15)  $D = \dots \text{ N m}$
9. Από το σημείο τομής με τον κατακόρυφο άξονα υπολογίζουμε την ροπή αδράνειας το συστήματος ως προς το κέντρο μάζας του

$$I_{\text{cm}}^{\text{ολ}} = \dots \text{ kg m}^2$$

10. Υπολογίζουμε την θεωρητική τιμή της ροπής αδράνειας του δίσκου ως προς το κέντρο μάζας του από τον αντίστοιχο τύπο μετρώντας την αντίστοιχη ακτίνα του δίσκου

$$R = \dots \text{ m} \quad I_{\text{cm}}^{\text{δίσκου}} = \dots \text{ Kg m}^2$$

11. Από τη σχέση 17 υπολογίζουμε την ροπή αδράνειας ελατηρίου – άξονα

$$I_{\text{cm}}^{\text{ελ-αξ}} = \dots \text{ Kg m}^2$$

### 3.2 Μέτρηση της ροπής αδράνειας αγνώστου σώματος

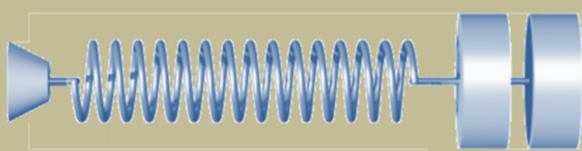
Η πειραματική μας διάταξη αποτελείται από ένα σπειροειδές ελατήριο το ένα άκρο του οποίου είναι ακλόνητα στερεωμένο ενώ το άλλο άκρο του μπορεί να στρέφεται όντας στερεωμένο σε κινητό άξονα σε κινητό άξονα ο οποίος μπορεί να στρέφεται γύρω από τον εαυτό του. Στην κορυφή του άξονα τοποθετούμε κυκλικό δίσκο ο οποίος βιδώνεται στην οπή που περνάει από το κέντρο μάζας του. Εξαιτίας του ελατηρίου το σύστημα εκτρέπόμενο από την θέση ισορροπίας του μπορεί να εκτελεί ταλαντώσεις. Η περίοδος των ταλαντώσεων μετριέται με οπτικό καταμετρητή και χρονόμετρο. Ο καταμετρητής τοποθετούμενος στην ένδειξη 'count' απαριθμεί τις φορές που η στενή ταινία που προεξέχει του δίσκου διακόψει την φωτεινή δέσμη. Αυτό συμβαίνει δύο φορές ανά περίοδο.

**Έτσι για να μετρήσουμε τον χρόνο 10 ταλαντώσεων θα πρέπει να αρχίσουμε να μετράμε με το χρονόμετρο τον χρόνο όταν ο καταμετρητής δείξει ένδειξη 1 και να σταματήσουμε το χρονόμετρο όταν δείξει ένδειξη 21.**

Στόχος της άσκησης είναι να υπολογίσουμε την ροπή αδράνειας αγνώστου αντικείμενου γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο μάζας του. Για τον σκοπό τοποθετούμε το άγνωστο αντικείμενο πάνω στον κυκλικό δίσκο σε διάφορες αποστάσεις από τον άξονα περιστροφής οι οποίες συνδέονται με τις οπές που βρίσκονται πάνω στον δίσκο(ανά τρία εκατοστά) και μετρούμε την περίοδο των ταλαντώσεων που εκτελεί το σύστημα.

Όπως έχει ήδη αναφερθεί η σχέση που συνδέει την περίοδο ταλάντωσης με την απόσταση  $x$  του άξονα περιστροφής από τον άξονα που περνάει από το κέντρο μάζας του αγνώστου αντικείμενου δίνεται από την σχέση (11)





$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I_{cm}^{ολ} + mx^2}{D}} \quad (18)$$

όπου

$$I_{cm}^{ολ} = I_{cm}^{Δισκου} + I_{cm}^{ελ-αξ} + I_{cm}^{σωματος} \quad (19)$$

η ροπή αδράνειας του συστήματος όλων των σωμάτων γύρω από άξονα που περνά από το κέντρο μάζας τους ( ο δίσκος και το ελατήριο –άξονας περιστρέφονται γύρω από το κέντρο μάζας τους ενώ για το σώμα ισχύει  $I_{σωματος} = I_{cm}^{σωματος} + mx^2$  ) και  $m$  η **μάζα του αγνώστου σώματος** η οποία θεωρείται γνωστή

Υψώνοντας στο τετράγωνο φέρνουμε την παραπάνω εξίσωση στην μορφή

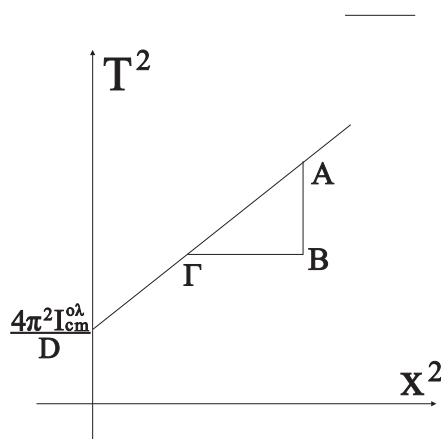
$$T^2 = \frac{4\pi^2 I_{cm}^{ολ}}{D} + \frac{4\pi^2 m}{D} x^2 \quad (20)$$

Η γραφική παράσταση της συνάρτησης  $T^2 = f(x^2)$  είναι ευθεία που δεν περνάει από την αρχή των αξόνων. Υπολογίζοντας την κλίση της από το ορθογώνιο τρίγωνο έχουμε

$$k = \frac{AB}{B\Gamma} = \frac{4\pi^2 m}{D}$$

και επομένως η κατευθύνουσα ροπή

$$D = \frac{4\pi^2 m}{k} \quad (21)$$



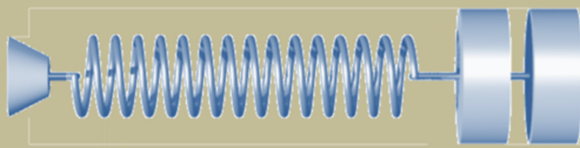
Γνωρίζοντας τώρα την κατευθύνουσα ροπή  $D$  ,από το σημείο τομής της ευθείας με τον κατακόρυφο άξονα μπορούμε να υπολογίσουμε το  $I_{cm}^{ολ}$  .

Βγάζοντας το άγνωστο αντικείμενο πάνω από τον δίσκο και εκτρέποντας το υπόλοιπο σύστημα από την θέση ισορροπίας του αναγκάζοντάς το να εκτελέσει ταλάντωση βρίσκουμε την περίοδο των ταλαντώσεων που εκτελεί  $T'$  και η οποία δίνεται από τον τύπο

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{I_{cm}^{Δισκου} + I_{cm}^{ελ-αξ}}{D}} \quad (22)$$

μπορούμε να υπολογίσουμε την ροπή αδράνειας δίσκου -ελατηρίου –άξονα

$$I_{cm}^{Δισκου} + I_{cm}^{ελ-αξ} = \frac{T'^2 D}{4\pi^2} \quad (23)$$



(έχοντας ήδη βρει την κατευθύνουσα ροπή  $D$ )

Χρησιμοποιώντας στην συνέχεια τη σχέση 19 μπορούμε να υπολογίσουμε την ροπή αδράνειας του άγνωστου σώματος γύρω από το κέντρο μάζας του

$$I_{cm}^{\text{σώματος}} = I_{cm}^{\text{ολ}} - (I_{cm}^{\text{δίσκου}} + I_{cm}^{\text{ελ-αξ}}) \quad (24)$$

### 3.2.1 Εργασίες

1. Τοποθετούμε τον δίσκο πάνω στον άξονα του ελατηρίου ούτως ώστε το κέντρο μάζας του να συμπίπτει με τον άξονα περιστροφής και τον βιδώνουμε σφιχτά
2. Τοποθετούμε το άγνωστο σώμα πάνω στον δίσκο στην πρώτη οπή ( $x = 3\text{m}$ )
3. Αναγκάζουμε το σύστημα να εκτελέσει στροφική ταλάντωση εκτρέποντάς το από την θέση ισορροπίας του (όχι παραπάνω από  $60^\circ$ ) και μετρούμε τον χρόνο δέκα ταλαντώσεων υπολογίζοντας στην συνέχεια τον χρόνο μιας ταλάντωσης. Συμπληρώνουμε με τις άνω μετρήσεις τον Πίνακα II
4. Μετατοπίζουμε το άγνωστο σώμα στις επόμενες οπές του δίσκου επαναλαμβάνοντας την προηγούμενη διαδικασία συμπληρώνοντας ταυτόχρονα και τον πίνακα
5. Με τις μετρήσεις του παραπάνω πίνακα χαράσσουμε το διάγραμμα  $T^2 = f(x^2)$

6. Υπολογίζουμε την κλίση της ευθείας

$$k = \dots\dots s^2/\text{cm}^2$$

7. Μετατρέπουμε την κλίση σε μονάδες του S.I

$$k = \dots\dots s^2/\text{m}^2$$

8. Από την κλίση  $k$  και γνωρίζοντας την μάζα της του αγνώστου σώματος (ζύγιση σε ζυγό)

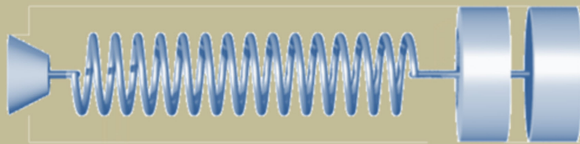
$$m = \dots\dots \text{Kg}$$

υπολογίζουμε την κατευθύνουσα ροπή

$$D = \dots\dots\dots \text{N m}$$

9. Από το σημείο τομής με τον κατακόρυφο άξονα υπολογίζουμε την ροπή αδράνειας το συστήματος ως προς το κέντρο μάζας

$$I_{cm}^{\text{ολ}} = \dots\dots \text{kg m}^2$$



10. Αφαιρούμε από τον δίσκο το άγνωστο σώμα και εκτρέπουμε τον δίσκο από την θέση ισορροπίας του μετρώντας τον χρόνο δέκα (10) ταλαντώσεων υπολογίζοντας στην συνέχεια τον χρόνο μιας ταλάντωσης
11. Επαναλαμβάνουμε άλλες τέσσερις (4) φορές την ίδια διαδικασία συμπληρώνοντας τον παρακάτω Πίνακα III
12. Από την εξίσωση (23) υπολογίζουμε την ροπή αδράνειας Δίσκου – ελατηρίου – άξονα

$$I_{cm}^{\text{Δίσκου}} + I_{cm}^{\text{ελ-αξ}} = \dots \quad \text{Kg} \cdot \text{m}^2$$

13. Από τη σχέση 24 υπολογίζουμε την ροπή αδράνειας του άγνωστου σώματος

$$I_{cm}^{\text{σώματος}} = \dots \quad \text{Kg} \cdot \text{m}^2$$

14. Από τα γεωμετρικά χαρακτηριστικά του αγνώστου σώματος υπολογίζουμε την θεωρητική τιμή της ροπής αδράνειάς του, χρησιμοποιώντας τον αντίστοιχο τύπο ανάλογα με το σχήμα του και την συγκρίνουμε με την πειραματική σχολιάζοντας τυχόν αποκλίσεις

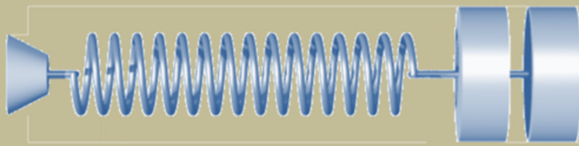
$$I_{cm}^{\text{Θεωρητική}} = \dots \quad \text{Kg} \cdot \text{m}^2$$

### ΠΙΝΑΚΑΣ II

x cm	x <sup>2</sup> cm <sup>2</sup>	10T sec	T sec	T <sup>2</sup> sec <sup>2</sup>

### ΠΙΝΑΚΑΣ II

A / A	T'	$\bar{T}'$



#### 4. Σχετικές ερωτήσεις

1. Ορισμός της ροπής αδράνειας
2. Να αποδειχθεί η σχέση που δίνει την ροπή αδράνειας δακτυλίου. Ως δακτύλιος θεωρείται ένα σώμα το οποίο έχει την μάζα του συγκεντρωμένη στην περιφέρειά του η οποία είναι κύκλος αμελητέου πάχους
3. Διατυπώστε το θεώρημα του Steiner
4. Δύο παράλληλοι άξονες απέχουν αποστάσεις  $d_1$  και  $d_2$  αντίστοιχα από το κέντρο μάζας σώματος με  $d_1 > d_2$ . Εξηγήστε ως προς ποιόν από τους δύο η ροπή αδράνειας του σώματος είναι μεγαλύτερη
5. Διατυπώστε τον θεμελιώδη νόμο της στροφικής κίνησης
6. Ένας ομογενής δακτύλιος και ένας ομογενής δίσκος με την ίδια μάζα και ακτίνα περιστρέφονται με την ίδια γωνιακή επιτάχυνση γύρω από άξονες που διέρχονται από τα κέντρα τους και είναι κάθετοι στο επίπεδό τους. Εξηγήστε σε ποιο από τα δύο στερεά ασκείται μεγαλύτερη ροπή
7. Να γραφεί η εξίσωση της ταλάντωσης της ταλάντωσης ενός στροφικού εκκρεμούς καθώς και ο τύπος της περιόδου του
8. Με το φαινόμενο του θερμοκηπίου και το λιώσιμο των πάγων η ροπή αδράνειας της Γης θα αυξηθεί, θα μειωθεί ή θα παραμείνει ίδια.. Δικαιολογήστε την απάντησή σας.

# Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα

Τεχνολογικό Εκπαιδευτικό Ίδρυμα Αθήνας

## Τέλος Ενότητας

### Χρηματοδότηση

- Το παρόν εκπαιδευτικό υλικό έχει αναπτυχθεί στα πλαίσια του εκπαιδευτικού έργου του διδάσκοντα.
- Το έργο «**Ανοικτά Ακαδημαϊκά Μαθήματα στο ΤΕΙ Αθήνας**» έχει χρηματοδοτήσει μόνο τη αναδιαμόρφωση του εκπαιδευτικού υλικού.
- Το έργο υλοποιείται στο πλαίσιο του Επιχειρησιακού Προγράμματος «Εκπαίδευση και Δια Βίου Μάθηση» και συγχρηματοδοτείται από την Ευρωπαϊκή Ένωση (Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο) και από εθνικούς πόρους.



Ευρωπαϊκή Ένωση  
Ευρωπαϊκό Κοινωνικό Ταμείο



ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΘΡΗΣΚΕΥΜΑΤΩΝ  
ΕΙΔΙΚΗ ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΔΙΑΧΕΙΡΙΣΗΣ

Με τη συγχρηματοδότηση της Ελλάδας και της Ευρωπαϊκής Ένωσης



ΕΥΡΩΠΑΪΚΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΟ ΤΑΜΕΙΟ

## Σημειώματα

### Σημείωμα Αναφοράς

Copyright ΤΕΙ Αθήνας, Δ. Μελιτσιώτης, 2014. Δ. Μελιτσιώτης. «Φυσική (Ε). Ενότητα 12: Μελέτη στερεού σώματος». Έκδοση: 1.0. Αθήνα 2014. Διαθέσιμο από τη δικτυακή διεύθυνση: [ocp.teiath.gr](http://ocp.teiath.gr).

### Σημείωμα Αδειοδότησης

Το παρόν υλικό διατίθεται με τους όρους της άδειας χρήσης Creative Commons Αναφορά, Μη Εμπορική Χρήση Παρόμοια Διανομή 4.0 [1] ή μεταγενέστερη, Διεθνής Έκδοση. Εξαιρούνται τα αυτοτελή έργα τρίτων π.χ. φωτογραφίες, διαγράμματα κ.λ.π., τα οποία εμπεριέχονται σε αυτό. Οι όροι χρήσης των έργων τρίτων επεξηγούνται στη διαφάνεια «Επεξήγηση όρων χρήσης έργων τρίτων».

Τα έργα για τα οποία έχει ζητηθεί άδεια αναφέρονται στο «Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων».



[1] <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Ως **Μη Εμπορική** ορίζεται η χρήση:

- που δεν περιλαμβάνει άμεσο ή έμμεσο οικονομικό όφελος από την χρήση του έργου, για το διανομέα του έργου και αδειοδόχο
- που δεν περιλαμβάνει οικονομική συναλλαγή ως προϋπόθεση για τη χρήση ή πρόσβαση στο έργο
- που δεν προσπορίζει στο διανομέα του έργου και αδειοδόχο έμμεσο οικονομικό όφελος (π.χ. διαφημίσεις) από την προβολή του έργου σε διαδικτυακό τόπο

Ο δικαιούχος μπορεί να παρέχει στον αδειοδόχο ξεχωριστή άδεια να χρησιμοποιεί το έργο για εμπορική χρήση, εφόσον αυτό του ζητηθεί.

## Επεξήγηση όρων χρήσης έργων τρίτων

©	Δεν επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου, παρά μόνο εάν ζητηθεί εκ νέου άδεια από το δημιουργό.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου και η δημιουργία παραγώγων αυτού με απλή αναφορά του δημιουργού.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-SA	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού, και διάθεση του έργου ή του παράγωγου αυτού με την ίδια άδεια.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-ND	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού. Δεν επιτρέπεται η δημιουργία παραγώγων του έργου.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-NC	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού. Δεν επιτρέπεται η εμπορική χρήση του έργου.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-NC-SA	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού και διάθεση του έργου ή του παράγωγου αυτού με την ίδια άδεια. Δεν επιτρέπεται η εμπορική χρήση του έργου.
διαθέσιμο με άδεια CC-BY-NC-ND	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου με αναφορά του δημιουργού. Δεν επιτρέπεται η εμπορική χρήση του έργου και η δημιουργία παραγώγων του.
διαθέσιμο με άδεια CC0 Public Domain	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου, η δημιουργία παραγώγων αυτού και η εμπορική του χρήση, χωρίς αναφορά του δημιουργού.
διαθέσιμο ως κοινό κτήμα	Επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου, η δημιουργία παραγώγων αυτού και η εμπορική του χρήση, χωρίς αναφορά του δημιουργού.
χωρίς σήμανση	Συνήθως δεν επιτρέπεται η επαναχρησιμοποίηση του έργου.

## Διατήρηση Σημειωμάτων

- Οποιαδήποτε αναπαραγωγή ή διασκευή του υλικού θα πρέπει να συμπεριλαμβάνει:
- Το Σημείωμα Αναφοράς
- Το Σημείωμα Αδειοδότησης
- Τη δήλωση Διατήρησης Σημειωμάτων
- Το Σημείωμα Χρήσης Έργων Τρίτων (εφόσον υπάρχει) μαζί με τους συνοδευόμενους υπερσυνδέσμους.