

Μεγεθυντικός φακός

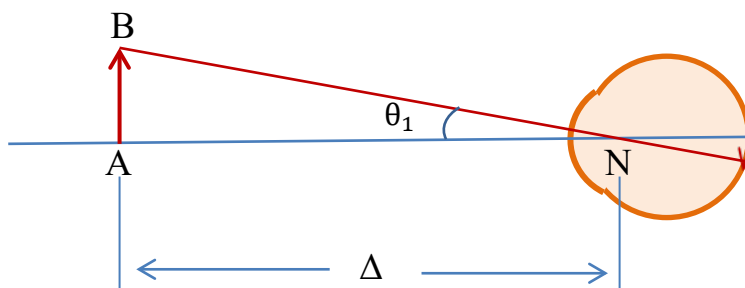
1. Σκοπός

Οι μεγεθυντικοί φακοί ή απλά μικροσκόπια (magnifiers) χρησιμοποιούνται για την παρατήρηση μικροσκοπικών αντικειμένων ώστε να γίνουν καθαρά παρατηρήσιμες οι λεπτομέρειες τους. Στην άσκηση αυτή μελετώνται οι τρόποι υπολογισμού της μεγέθυνσης που επιτυγχάνεται με τους μεγεθυντικούς φακούς καθώς και διάφορες χαρακτηριστικές ιδιότητες αυτών όπως π.χ. η διακριτική τους ικανότητα κ.α.

2. Θεωρία

2.1 Γωνία οράσεως

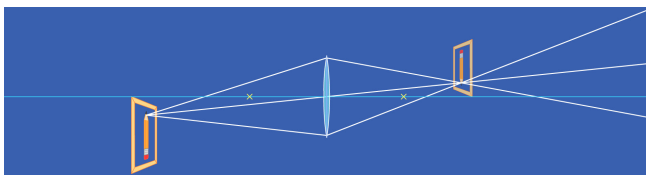
Για να φανούν καθαρά οι λεπτομέρειες ενός αντικείμενου θα πρέπει αυτή να πλησιάσει προς τον οφθαλμό προκειμένου να αυξηθεί η γωνία οράσεώς του. Αν όμως το αντικείμενο πλησιάσει σε απόσταση μικρότερη των 25 cm, ο οφθαλμός δεν μπορεί να προσαρμοστεί σε τέτοια απόσταση και έτσι δεν διακρίνει καλά το αντικείμενο. Συνεπώς η μεγαλύτερη δυνατή γωνία οράσεως θα πετυχαίνεται όταν το αντικείμενο φέρεται στην ελάχιστη απόσταση ευκρινούς οράσεως $\Delta = 25$ cm. (Σχήμα 1).



Σχήμα 1. Γωνία οράσεως με γυμνό οφθαλμό με το αντικείμενο AB στην ελάχιστη απόσταση ευκρινούς οράσεως $\Delta = 25$ cm.

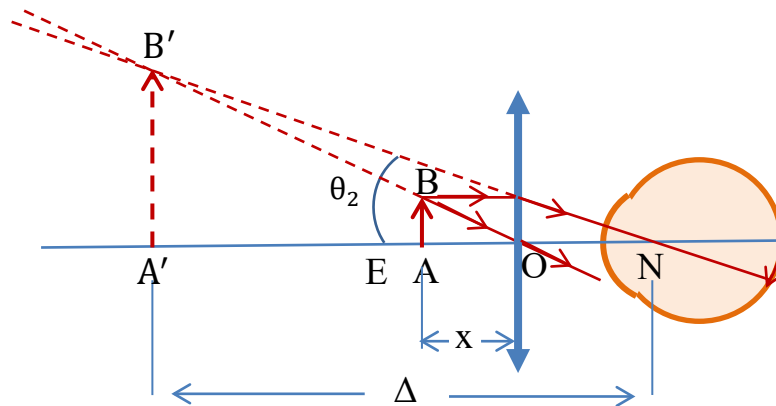
Με την βοήθεια οπτικών οργάνων (όπως ο μεγεθυντικός φακός ή το τηλεσκόπιο) πετυχαίνεται η αύξηση της γωνίας οράσεως αντικειμένων, τα οποία, είτε έχουν πραγματικά μικρό μέγεθος, είτε είναι πολύ μακριά. Πρόκειται για δύο περιπτώσεις στις οποίες η γωνία οράσεως με γυμνό οφθαλμό είναι πολύ μικρή. Δηλαδή όταν ένας μεγεθυντικός φακός παρεμβληθεί μεταξύ του οφθαλμού και του αντικείμενου αυξάνει η κλίση των ακτίνων ως προς τον οπτικό άξονα και επομένως αυξάνει αντίστοιχα η γωνία οράσεως.

Ο μεγεθυντικός φακός είναι συγκλίνων φακός, σχετικά μικρής εστιακής απόστασης, ο οποίος τοποθετείται κατά τέτοιο τρόπο ώστε το αντικείμενο AB που παρατηρείται να βρεθεί μεταξύ της κύριας εστίας E και του οπτικού κέντρου O του φακού, ώστε να δημιουργείται το είδωλο A'B', το οποίο να είναι φανταστικό, ορθό και μεγαλύτερο του αντικείμενου. Το είδωλο A'B' για τον μεγεθυντικό φακό θεωρείται πραγματικό αντικείμενο για τον οφθαλμό του παρατηρη-



τή.

Η κόρη του οφθαλμού θεωρείται ότι βρίσκεται στην εστία E' .



Σχήμα 2. Μεγεθυντικός φακός, διάγραμμα πορείας ακτίνων, αύξηση της γωνίας οράσεως.

Επομένως με τον μεγεθυντικό φακό η γωνία οράσεως αυξήθηκε από την τιμή θ_1 σε θ_2 . (Σχήμα 2).

2.2 Μεγέθυνση

Η μεγέθυνση (γωνιακή) $M_{\gamma\omega\nu}$ ορίζεται από την πηλίκο:

$$M_{\gamma\omega\nu} = \frac{\text{Γωνία οράσεως διά του οπτικού οργάνου}}{\text{Γωνία οράσεως διά γυμνού οφθαλμού}} = \frac{\theta_2}{\theta_1} \quad (1)$$

Από τα ορθογώνια τρίγωνα $OA'B'$ σχήμα 2 και OAB σχήμα 1 προκύπτει:

$$\epsilon\phi\theta_2 = \frac{A'B'}{\Delta} \quad \text{και} \quad \epsilon\phi\theta_1 = \frac{AB}{\Delta}$$

και για μικρές τιμές των γωνιών θ_1 και θ_2 οι προηγούμενες σχέσεις γράφονται:

$$\theta_2 = \frac{A'B'}{\Delta} \quad \text{και} \quad \theta_1 = \frac{AB}{\Delta} \quad \text{και} \quad \text{επομένως:} \quad M_{\gamma\omega\nu} = \frac{\theta_2}{\theta_1} = \frac{A'B'}{AB} \quad (2)$$

Ο λόγος $\frac{A'B'}{AB}$ είναι η γραμμική μεγέθυνση $M_{\gamma\rho}$ του φακού και είναι ίση με:

$$M_{\gamma\rho} = \frac{A'B'}{AB} = -\frac{x'}{x} \quad (3)$$

Εάν θεωρηθεί η απόσταση ON αμελητέα (δηλαδή ο μεγεθυντικός φακός σε σχεδόνεπαφή με τον οφθαλμό) τότε για τον μεγεθυντικό φακό ισχύει $x' = \Delta$ και η σχέση (3) γράφεται:

$$M_{\gamma\omega\nu} = \frac{A'B'}{AB} = -\frac{x'}{x} = -\frac{\Delta}{x} \quad (4)$$

Στην συνέχεια γίνεται αναλυτική διερεύνηση της σχέσης (4) για δύο διαφορετικές περιπτώσεις της θέσης του αντικειμένου.

1. Όταν $x = f$, στην περίπτωση αυτή το αντικείμενο τοποθετείται στο εστιακό επίπεδο του μεγεθυντικού φακού και έτσι η γωνιακή μεγέθυνση γίνεται:

$$M_{\gamma\omega\nu} = -\frac{\Delta}{f} \quad (5)$$

Στον προηγούμενο τύπο η μεγέθυνση είναι θετική διότι $\Delta = -25\text{cm}$.

2. Όταν $0 < x < f$, στην περίπτωση αυτή το αντικείμενο τοποθετείται μεταξύ του εστιακού επιπέδου και του οπτικού κέντρου του μεγεθυντικού φακού. Από τον τύπο αντικειμένου – ειδώλου των λεπτών φακών ισχύει:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} \Rightarrow \frac{1}{x} = \frac{1}{f} - \frac{1}{x'} \text{ και για } x' = \Delta \text{ τελικά: } \frac{1}{x} = \frac{1}{f} - \frac{1}{\Delta}$$

και η γωνιακή μεγέθυνση γίνεται:

$$M_{\gamma\omega\nu.} = -\Delta \left(\frac{1}{f} - \frac{1}{\Delta} \right) \Rightarrow M_{\gamma\omega\nu.} = 1 - \frac{\Delta}{f}$$

Οι γωνίες θ_1 και θ_2 οφείλουν να είναι πολύ μικρές διότι τα είδωλα των παρατηρούμενων αντικειμένων πρέπει να σχηματίζονται επί της ωχράς κηλίδας του αμφιβληστροειδή.

Από τον τύπο $M_{\gamma\omega\nu.} = -\frac{\Delta}{f}$ για μεγεθυντικό φακό με εστιακή απόσταση 2.5 cm

προκύπτει $M_{\gamma\omega\nu.} = -\frac{(-25)}{2.5} = 10$ και η μεγέθυνση γράφεται $M_{\gamma\omega\nu.} = 10 \times$.

Οι μεγεθυντικοί φακοί που υπάρχουν στο εμπόριο εμφανίζουν σχετικά μικρές μεγεθύνσεις μέχρι το πολύ 10 X.

Για εργασίες μεγαλύτερης ακρίβειας χρησιμοποιούνται διορθωμένοι φακοί. Κυρίως διορθώνεται το χρωματικό σφάλμα και η παραμόρφωση ειδώλου. Πολλές φορές τέτοιοι μεγεθυντικοί φακοί φέρουν γυάλινη χαραγμένη κλίμακα (10 mm χωρισμένη ανά 0.1 mm) στο εστιακό επίπεδο του συστήματος δηλαδή στο επίπεδο του αντικειμένου. Η κλίμακα μπορεί να φωτίζεται από το πλάι με την βοήθεια διαφανούς γυάλινης πλάκας.

2.3 Σχέση μεταξύ μεγέθυνσης M και ισχύος P

Η μεγέθυνση ενός μεγεθυντικού φακού όπως έχει ήδη αναφερθεί δίνεται από την σχέση:

$$M_{\gamma\omega\nu.} = -\frac{\Delta}{f}$$

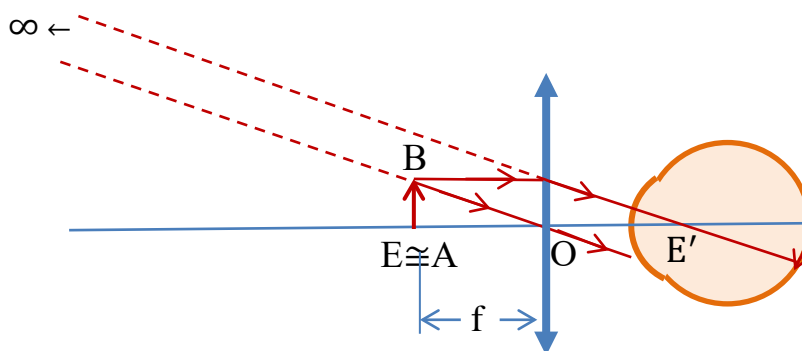
Η ισχύς του μεγεθυντικού φακού είναι: $P = \frac{1}{f}$

Από τις προηγούμενες σχέσεις προκύπτει:

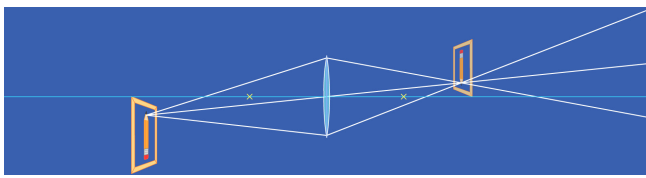
$$M_{\gamma\omega\nu.} = -P \cdot \Delta \text{ (η ισχύς P σε D και το } \Delta \text{ σε m).}$$

2.4 Παρατήρηση αντικειμένου δια του μεγεθυντικού φακού (απλού μικροσκοπίου)

Έστω ένας οφθαλμός O' τοποθετημένος στην κύρια εστία E' του μεγεθυντικού φακού.

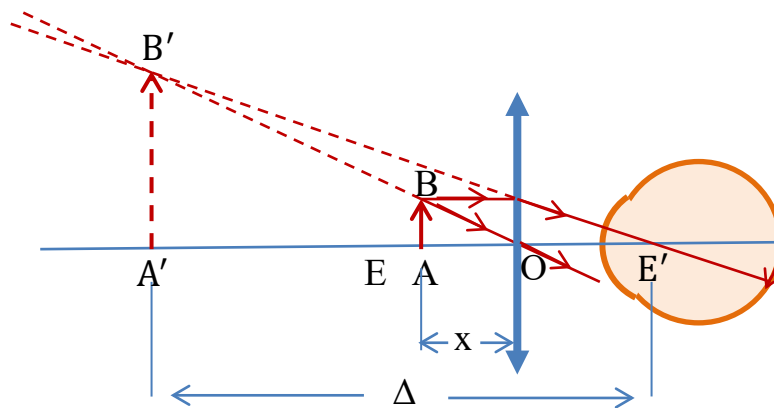


Σχήμα 3. Αντικείμενο στην εστία του μεγεθυντικού φακού, το είδωλο σχηματίζεται στο άπειρο.



Για να είναι δυνατή και σαφής η παρατήρηση πρέπει το παρατηρούμενο είδωλο να σχηματίζεται μεταξύ απείρου (απώτατο σημείο) και ελάχιστης απόστασης ευκρινούς οράσεως Δ (εγγύτατο σημείο).

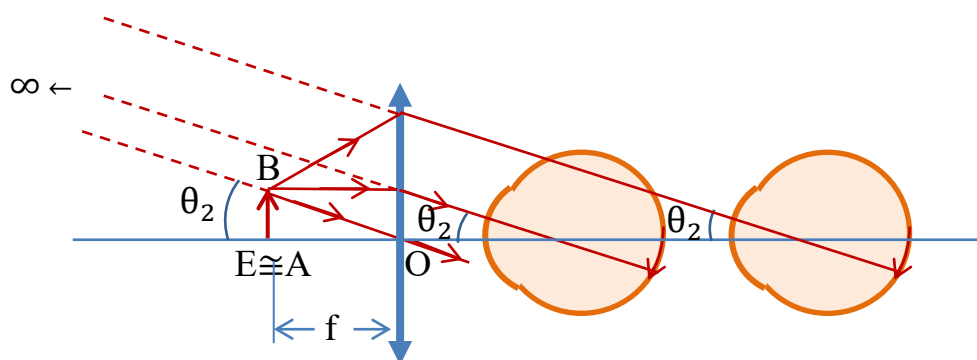
Δηλαδή το αντικείμενο πρέπει να τοποθετηθεί μεταξύ κυρίας εστίας E και οπτικού κέντρου O . Η εργασία αυτή καλείται ρύθμιση μικροσκοπίου. Όταν το αντικείμενο AB βρίσκεται στην κύρια εστία E , το είδωλο σχηματίζεται στο άπειρο (Σχήμα 3). Ο οφθαλμός παρατηρεί άνετα, χωρίς προσαρμογή. Σε αυτή τη θέση τοποθετούν το αντικείμενο οι πεπειραμένοι παρατηρητές. Καθώς πλησιάζει το αντικείμενο προς το οπτικό κέντρο του φακού, το είδωλο πλησιάζει επίσης προς το φακό. Στη θέση δε AB του αντικειμένου το είδωλο $A'B'$ σχηματίζεται σε απόσταση Δ από τον οφθαλμό (Σχήμα 4).



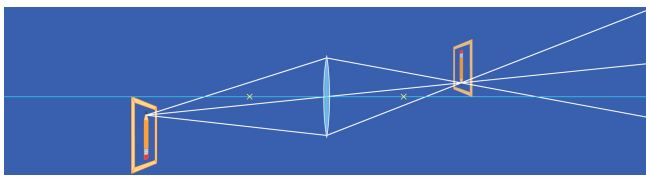
Σχήμα 4. Αντικείμενο μεταξύ της εστίας και του μεγεθυντικού φακού.
Είδωλο στην ελάχιστη απόσταση ευκρινούς οράσεως ($\Delta = 25 \text{ cm}$).

Περαιτέρω προσέγγιση του αντικειμένου προς το φακό συνεπάγεται σχηματισμό φανταστικού ειδώλου σε απόσταση από τον οφθαλμό μικρότερη από Δ . Τότε όμως η παρατήρηση είναι ανεπιθύμητα ασαφής. Όστε το αντικείμενο πρέπει να τοποθετείται μεταξύ E και A .

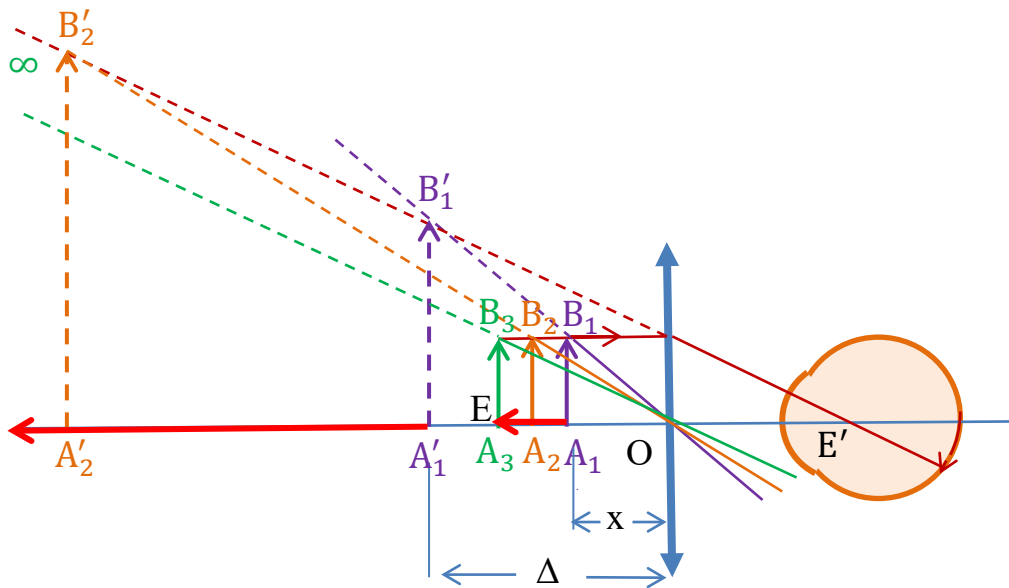
Όταν το αντικείμενο AB τεθεί επί του εστιακού επιπέδου τότε όλες οι ακτίνες από το B , μετά από διάθλαση, εξέρχονται παράλληλα προς τον δευτερεύοντα άξονα OB . Το είδωλο σχηματίζεται στο άπειρο, μάλιστα, ανεξάρτητα από τη θέση του οφθαλμού στον κύριο άξονα, η φαινόμενη διάμετρος θ του ειδώλου είναι η ίδια ακριβώς (Σχήμα 5).



Σχήμα 5. Όταν το αντικείμενο τοποθετείται στο εστιακό επίπεδο του μεγεθυντικού φακού η γωνία οράσεως είναι ανεξάρτητη της θέσης του οφθαλμού.



Όταν τοποθετείται ο οφθαλμός στη κυρία εστία E' του μεγεθυντικού φακού και μετατοπίζεται το αντικείμενο μεταξύ των θέσεων A_1B_1 και A_3B_3 , δηλαδή εκείνων των θέσεων που επιτυγχάνονται καθαρά είδωλα μεταξύ $A'_1B'_1$ και $A'_3B'_3$ που σχηματίζεται στο άπειρο (Σχήμα 6).

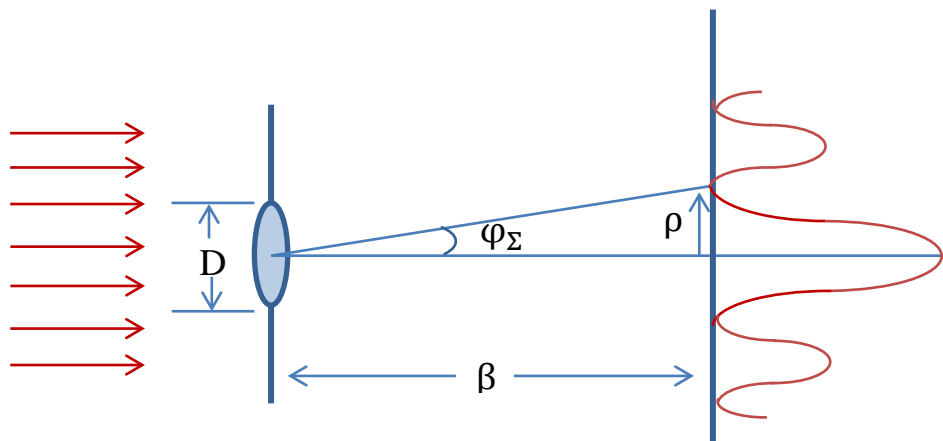


Σχήμα 6. Όταν ο οφθαλμός τοποθετείται στην κυρία εστία του μεγεθυντικού φακού η γωνία οράσεως είναι ανεξάρτητη της θέσης του αντικειμένου όταν λαμβάνονται καθαρά είδωλα..

Στην περίπτωση αυτή η φαινόμενη διάμετρος θ του ειδώλου είναι ανεξάρτητη της θέσης του αντικειμένου.

2.5 Διακριτική ικανότητα φακού

Όταν φως προσπέσει σε φακό, εξαιτίας του φαινομένου της περίθλασης το είδωλο ενός φωτεινού σημείου αντί να είναι σημείο είναι φωτεινή κηλίδα ακτίνας ρ (Σχήμα 7). Η περίμετρος του φακού δρα ακριβώς όπως τα χείλη μιας οπής.

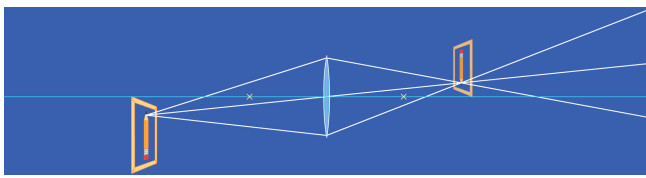


Σχήμα 7. Φαινόμενο περίθλασης από κυκλική οπή.

Για τον υπολογισμό της ακτίνας ρ χρησιμοποιείται ο τύπος της γωνίας εκτροπής φ_{Σ} για οπή.

$$\eta\mu\varphi_{\Sigma} = 1.22 \cdot \frac{\lambda}{D}$$

όπου D η διάμετρος του φακού και λ το μήκος κύματος του φωτός που προσπίπτει.



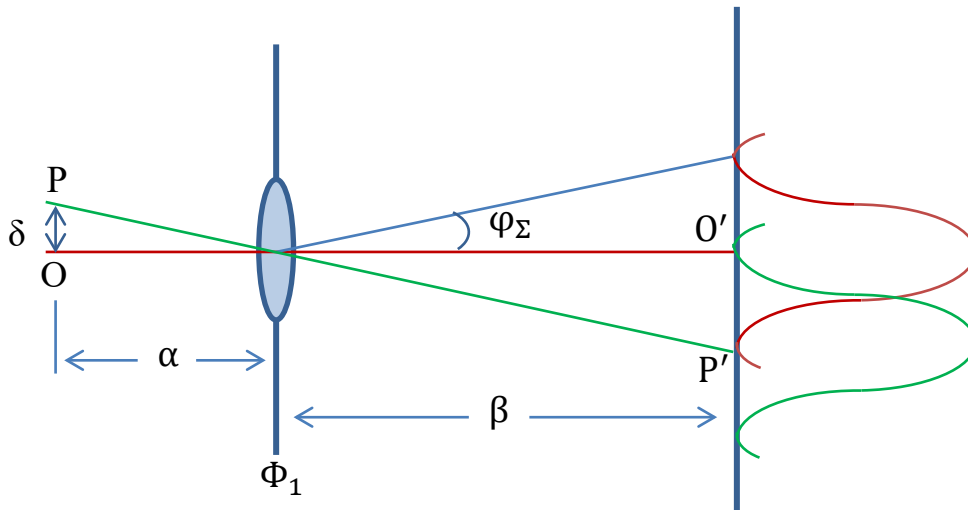
Επειδή η διάμετρος D του φακού είναι συνήθως πολύ μεγαλύτερη από το μήκος κύματος λ , η γωνία φ_{Σ} είναι μικρή, οπότε και ισχύει $\eta\mu\varphi_{\Sigma} \cong \varphi_{\Sigma}$ και επομένως:

$$\varphi_{\Sigma} = 1.22 \cdot \frac{\lambda}{D}$$

Η ακτίνα της κηλίδας ρ θα είναι σύμφωνα με το σχήμα 7:

$$\rho = \beta \cdot \varphi_{\Sigma} = 1.22 \cdot \beta \cdot \frac{\lambda}{D}$$

όπου β η απόσταση του πετάσματος από το φακό. Στο σχήμα 8 φαίνονται οι σχηματιζόμενες κηλίδες από τα σημεία O και P . Για να διακρίνονται οι κηλίδες ως διαφορετικές πρέπει η απόσταση μεταξύ τους να είναι τουλάχιστον ίση με ρ . Η αντίστοιχη απόσταση δ μεταξύ των O και P καλείται διακριτικό όριο του φακού ενώ το αντίστροφο της $1/\delta$ ονομάζεται διακριτική ικανότητα.



Σχήμα 8. Διακριτικό όριο φακού.

2.6 Υπολογισμός διακριτικού ορίου

Από το σχήμα 8 προκύπτει: $\delta = \alpha \cdot \epsilon\varphi\varphi_{\Sigma} \cong \alpha \cdot \varphi_{\Sigma}$

$$\text{Επειδή όμως } \varphi_{\Sigma} = 1.22 \cdot \frac{\lambda}{D} \text{ θα ισχύει: } \delta = 1.22 \cdot \alpha \cdot \frac{\lambda}{D}$$

Η ποσότητα $A = \eta\mu(J/2)$ είναι το αριθμητικό άνοιγμα A του φακού. Το διακριτικό όριο τότε δίνεται από τον τύπο:

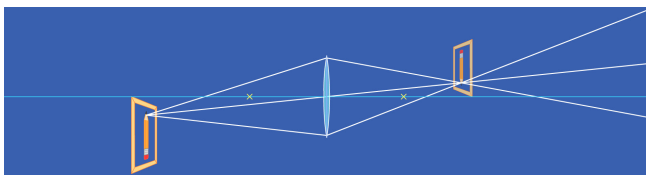
$$\delta = 0.61 \cdot \frac{\lambda}{A}$$

Αν το περιβάλλον μέσο έχει δείκτη διάθλασης n (καταδυτικός φακός) τότε το διακριτικό όριο ισούται με:

$$\delta = 0.61 \cdot \frac{\lambda}{\eta\mu \frac{J}{2}} = 0.61 \frac{\lambda}{nA}$$

2.7 Διακριτικό όριο οφθαλμού

Το διακριτικό όριο του ανθρώπινου οφθαλμού υπολογίζεται από την σχέση $\varphi_{\Sigma} = 1.22(\lambda/D)$

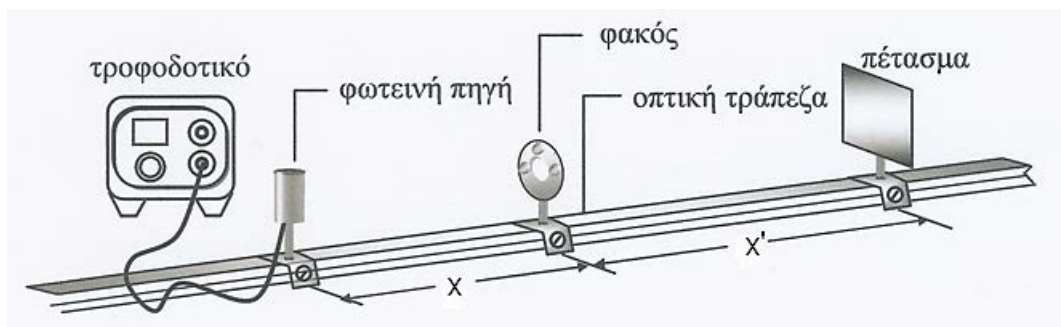


όπου η τιμή της γωνίας φ_S αποτελεί το διακριτικό όριο $\varphi_{\delta.o.o}$ του φακού του οφθαλμού (εκφραζόμενο σαν γωνία). Για $D=25$ mm (διάμετρος κόρης), $\lambda=550$ nm προκύπτει ότι: $\varphi_{\delta.o.o} = 56''$ ή περίπου $1'$.

3. Πειραματική διαδικασία

Η πειραματική διάταξη για την εκτέλεση της άσκησης παρουσιάζεται στο σχήμα 9 και αποτελείται από:

- Οπτική τράπεζα.
- Ένα φακό συγκλίνοντα μεγάλης διαμέτρου ($f = 150$ mm).
- Λαμπτήρα 24V με το τροφοδοτικό του.
- Σειρά διαφραγμάτων.
- Αδιαφανές πέτασμα



Σχήμα 9. Πειραματική διάταξη για την μελέτη του μεγεθυντικού φακού.

4. Εργασίες

1. Τοποθετείται ο λαμπτήρας στην οπτική τράπεζα και τροφοδοτείται με κατάλληλη τάση.
2. Αναζητείστε την θέση στην οποία πρέπει να τοποθετηθεί ένας φακός με αναγραφόμενη τιμή εστιακής απόστασης τα $f = +15$ cm για την οποία σχηματίζεται παράλληλη δέσμη. Όταν σχηματίζεται παράλληλη δέσμη το είδωλο σχηματίζεται στο άπειρο. Πρακτικά αναζητείται η θέση στην οποία πρέπει να τοποθετηθεί ο φακός ώστε να λαμβάνεται ευκρινές είδωλο σε απόσταση 6 m. Στην περίπτωση αυτή η απόσταση φωτεινής πηγής – φακού είναι η εστιακή απόσταση του φακού.
3. Σημειώνεται η απόσταση φωτεινής πηγής – φακού που στην περίπτωση αυτή είναι η πειραματικά ευρισκόμενη εστιακή απόσταση του φακού.

$$f_{\text{πειρ.}} = \quad (\text{cm})$$

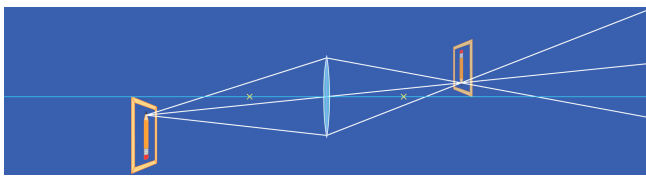
4. Υπολογίζεται η επιτυγχανόμενη γωνιακή μεγέθυνση $M_{\text{πειρ.}}$ από τις αποστάσεις $f_{\text{πειρ.}}$ και Δ .

$$M_{\text{πειρ.}} =$$

5. Υπολογίζεται η θεωρητική μεγέθυνση $M_{\text{θεωρ.}}$ που προκύπτει από την αναγραφόμενη εστιακή απόσταση $f_{\text{θεωρ.}}$.

$$M_{\text{θεωρ.}} =$$

6. Συγκρίνετε την θεωρητική με την πειραματική τιμή της επιτυγχανόμενης μεγέθυνσης.



$$\alpha\% = \frac{(M_{\text{πειρ}} - M_{\text{θεωρ}})}{M_{\text{θεωρ}}} \times 100\% = \quad \%$$

6. Υπολογίζεται η θεωρητική ισχύς του φακού.

$$P_{\text{θεωρ.}} =$$

4. Επαναλαμβάνετε τις εργασίες 2 - 5 για φακούς με εστιακές αποστάσεις $f = +10 \text{ cm}$ και $f = +5 \text{ cm}$.

5. Χρησιμοποιώντας έναν φακό $f = +15 \text{ cm}$ υπολογίστε (θεωρητικά) την απόσταση a από την φωτεινή πηγή (αντικείμενο) στην οποία τοποθετούμενος ο φακός σχηματίζει φανταστικό είδωλο σε απόσταση $\Delta = 25 \text{ cm}$. Σημειώνεται η απόσταση a .

$$a = \quad (\text{cm})$$

7. Να σχεδιαστεί η πορεία των φωτεινών ακτίνων (υπό κλίμακα) για την προηγούμενη ερώτηση.

9. Δίνεται φακός διαμέτρου 4 cm . Σημειακή πηγή πράσινου φωτός $0.5 \mu\text{m}$ τοποθετείται επί του κυρίου, άξονα του φακού σε απόσταση 6 cm από το οπτικό κέντρο του. Να υπολογίσετε (θεωρητικά) το μέγεθος της σχηματιζόμενης κηλίδας επί πετάσματος τοποθετημένου σε απόσταση 30 cm από το φακό. Να γίνει το κατάλληλο σχηματικό διάγραμμα.

$$\rho =$$

10. Να υπολογιστεί το διακριτικό όριο του φακού του προηγούμενου ερωτήματος καθώς και η διακριτική του ικανότητα.

$\delta =$	$\frac{1}{\delta} =$
------------	----------------------