

## Προσδιορισμός συντελεστή γραμμικής διαστολής

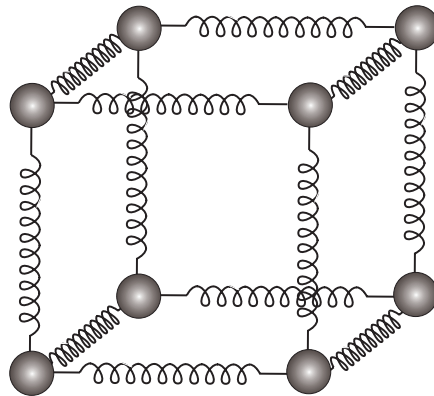
### 1. Σκοπός

Στην άσκηση αυτή θα μελετηθεί το φαινόμενο της γραμμικής διαστολής και θα προσδιοριστεί ο συντελεστής γραμμικής διαστολής ορείχαλκου ή χαλκού.

### 2. Θεωρία

Από την εμπειρία μας γνωρίζουμε ότι η αλλαγή της θερμοκρασίας επιφέρει αλλαγή των διαστάσεων ενός στερεού σώματος. Η αύξηση της θερμοκρασίας συνήθως επιφέρει αύξηση των διαστάσεων ενός στερεού σώματος. Για αυτό τον λόγο στα διάφορα τεχνικά έργα αφήνονται αρμοί διαστολής με σκοπό την μη καταστροφή τους, π.χ. στις σιδηροδρομικές γραμμές αφήνεται ένα κενό εκεί που τελειώνει η μία ράγια και αρχίζει η άλλη για να μην υπάρξει παραμόρφωση από την διαστολή.

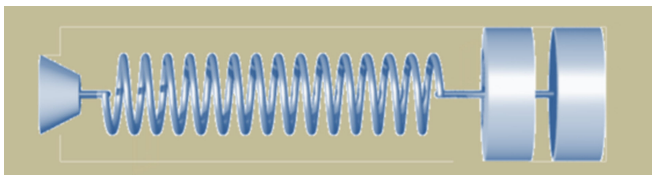
Η θερμική διαστολή οφείλεται με απλά λόγια στην αλλαγή της μέσης απόστασης μεταξύ των μορίων ή ατόμων από τα οποία αποτελείται ένα στερεό. Ένα στερεό σώμα αποτελείται από άτομα που συγκρατούνται σε συγκεκριμένες θέσεις εξαιτίας των ηλεκτρικών δυνάμεων (ας τις θεωρήσουμε ελκτικές) μεταξύ τους. Τα άτομα εκτελούν ηλεκτρικές ταλαντώσεις γύρω από την θέση ισορροπίας τους. Αν και δεν είναι απόλυτα σωστό μπορούμε σε πρώτη προσέγγιση να θεωρήσουμε τις ηλεκτρικές δυνάμεις σαν δυνάμεις ελατηρίων όπως φαίνεται στο Σχήμα 1.



Σχήμα 1

Η μέση ενδοατομική απόσταση μεταξύ των μορίων σ' ένα στερεό είναι της τάξης των  $10^{-10}$  m περίπου. Οι ταλαντώσεις που πραγματοποιεί έχουν πλάτος της τάξης των  $10^{-11}$  m περίπου. Αυξανόμενης όμως της θερμοκρασίας αυξάνεται το πλάτος ταλάντωσης αλλά και η απόσταση μεταξύ των ατόμων. Έτσι αυξάνεται το στερεό συνολικά.

Σε πρώτη φάση θα μελετήσουμε την διαστολή ενός σώματος σε μία (οποιαδήποτε) διάσταση. Ας θεωρήσουμε λοιπόν μία ράβδο με μήκος  $l$  σε απόλυτη θερμοκρασία  $T$ . Αυξάνοντας την θερμοκρασία κατά  $dT$  έχουμε μεταβολή του μήκους κατά  $dl$ . Από πειραματικές παρατηρήσεις γνωρίζουμε ότι αυτά τα δύο μεγέθη συνδέονται μεταξύ τους με την σχέση:



$$d\ell = \alpha \ell dT \quad (1)$$

όπου το  $\alpha$  ονομάζεται συντελεστής γραμμικής διαστολής και σε μία πρώτη προσέγγιση θεωρούμε ότι εξαρτάται μόνο από το υλικό από το οποίο είναι κατασκευασμένη η ράβδος (τον θεωρούμε δηλαδή ανεξάρτητο της θερμοκρασίας).

Από τη σχέση 1 προκύπτει και ο ορισμός του συντελεστή γραμμικής διαστολής

$$\alpha = \frac{1}{\ell} \frac{d\ell}{dT} \quad (2)$$

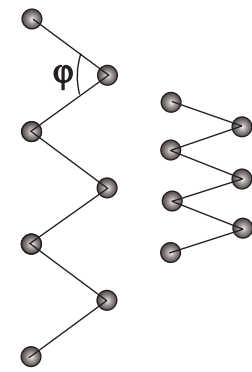
Μονάδα του  $\alpha$  στο S.I. είναι το  $1 \text{ grad}^{-1}$

Στον παρακάτω πίνακα παρατίθενται οι συντελεστές γραμμικής διαστολής μερικών χαρακτηριστικών στερεών υλικών σε θερμοκρασία δωματίου

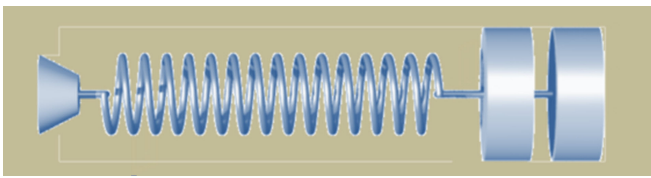
Υλικό	$\alpha (\times 10^{-6} \text{ grad}^{-1})$	Υλικό	$\alpha (\times 10^{-6} \text{ grad}^{-1})$
Ορείχαλκος	19	Invar(κράμα Fe-Ni)	0.9
Χάλυβας	11	Ψευδάργυρος	26
Μόλυβδος	29	Μπετόν	12
Γυαλί κοινό	9	Σίδηρος	12
Γυαλί Pyrex	3.2	Σκυρόδεμα	12
Χαλαζίας	Πρακτικά μηδέν		
Χαλκός	17		

Από τον παραπάνω πίνακα παρατηρούμε ότι ο σίδηρος και το μπετόν έχουν την ίδια τιμή συντελεστή γραμμικής διαστολής που σημαίνει ότι διαστέλλονται το ίδιο για ίδια μεταβολή της θερμοκρασίας. Αυτό επιτρέπει στο σκυρόδεμα το οποίο είναι κατασκευασμένο από αυτά τα δύο υλικά να συμπεριφέρεται στις αλλαγές θερμοκρασίας ως συμπαγές σύνολο έχοντας τον ίδιο συντελεστή γραμμικής διαστολής.

Για τα περισσότερα υλικά ο συντελεστής γραμμικής διαστολής είναι **θετικός** που σημαίνει ότι με την αύξηση της θερμοκρασίας αυτά τα υλικά **διαστέλλονται**. Υπάρχουν όμως και μερικά υλικά που έχουν **αρνητικό** συντελεστή γραμμικής διαστολής δηλαδή με την αύξηση της θερμοκρασίας **συστέλλονται**, όπως π.χ. το καουτσούκ. Αυτό οφείλεται στην τεθλασμένη αλυσίδα την οποία σχηματίζουν τα μόρια του καουτσούκ και που με την αύξηση της θερμοκρασίας η γωνία μεταξύ των γραμμών της τεθλασμένης αλυσίδας μειώνεται. Υπάρχουν ορισμένα υλικά που οι διαστάσεις παραμένουν πρακτικά αμετάβλητες με την αύξηση της θερμοκρασίας (ο συντελεστής γραμμικής διαστολής είναι πολύ μικρός). Τέτοια είναι το Invar και ο χαλαζίας.



**Ισότροπα** ονομάζονται τα υλικά που έχουν τον ίδιο συντελεστή γραμμικής διαστολής και στις τρεις διαστάσεις (δηλαδή διαστέλλονται το ίδιο και στις τρεις διαστάσεις). Δεν είναι όλα τα υλικά ισότροπα. Ακραίο παράδειγμα ανισότροπου υλικού εί-



να ο ασβεστίτης  $\text{CaCO}_3$ , ο οποίος με την αύξηση της θερμοκρασίας διαστέλλεται κατά την μία διάσταση (θετικό  $\alpha$ ) ενώ συστέλλεται κατά την άλλη (αρνητικό  $\alpha$ ).

### Σχέση του μήκους της ράβδου και της θερμοκρασίας

Για να βρούμε την σχέση του μήκους του δοκιμίου με την θερμοκρασία θα ολοκληρώσουμε την σχέση 1. Θα πρέπει όμως να θεωρήσουμε γνωστό το μήκος της ράβδου σε μία θερμοκρασία αναφοράς  $\ell_0$  την οποία εμείς θα επιλέξουμε να είναι οι  $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$  ( $T_0 = 273\text{K}$ ). Θα πρέπει επίσης να αναφέρουμε πως στην παρακάτω ανάλυση θεωρούμε το  $\alpha$  σταθερό (ανεξάρτητο της θερμοκρασίας)

$$d\ell = \alpha \ell dT \Rightarrow \int_{\ell_0}^{\ell} \frac{d\ell}{\ell} = \int_{T_0}^T \alpha dT \Rightarrow [\ln \ell]_{\ell_0}^{\ell} = \alpha(T - T_0) \Rightarrow$$

$$\ln \ell - \ln \ell_0 = \alpha(T - T_0) \Rightarrow \ln \frac{\ell}{\ell_0} = \alpha(T - T_0) \Rightarrow$$

$$\ell = \ell_0 e^{\alpha(T - T_0)} \quad (3)$$

Επειδή η μεταβολή της θερμοκρασίας σε βαθμούς Κελσίου και σε βαθμούς Kelvin είναι ίδια, η σχέση 3 μπορεί να λάβει και την μορφή:

$$\ell = \ell_0 e^{\alpha\theta} \quad (4)$$

όπου  $\ell_0$  το μήκος της ράβδου στους  $\theta_0 = 0^\circ\text{C}$

Μπορούμε στην συνέχεια να αντικαταστήσουμε την έκφραση  $e^{\alpha\theta}$  με την σειρά

$$e^{\alpha\theta} = \left(1 + \alpha\theta + \frac{\alpha^2\theta^2}{2} + \dots\right)$$

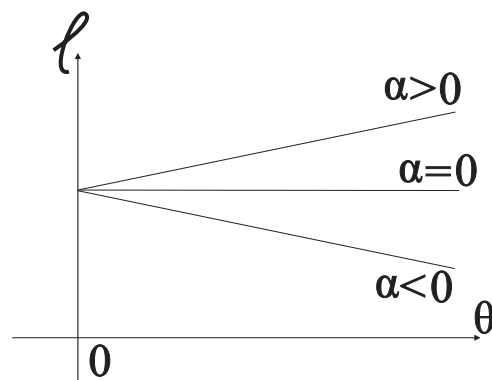
οπότε η σχέση 4 λαμβάνει την μορφή:

$$\ell = \ell_0 \left(1 + \alpha\theta + \frac{\alpha^2\theta^2}{2} + \dots\right)$$

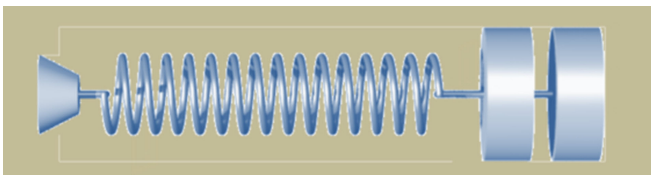
Επειδή όμως ο συντελεστής γραμμικής διαστολής  $\alpha$  είναι της τάξης του  $10^{-5}$  οι υψημένοι σε δύναμη όροι της παραπάνω εξίσωσης μπορούν να θεωρηθούν αμελητέοι. Έτσι η προσεγγιστική έκφραση για το μήκος του δοκιμίου σε σχέση με την θερμοκρασία είναι:

$$\ell = \ell_0(1 + \alpha\theta) \quad (5)$$

Η γραφική παράσταση της παραπάνω σχέσης δίνεται στο Σχήμα 2.

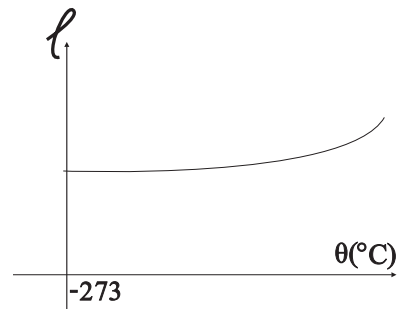


Σχήμα 2



### Εξάρτηση του συντελεστή γραμμικής διαστολής $\alpha$ από την θερμοκρασία

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, στην προηγούμενη ανάλυση θεωρήσαμε ότι ο συντελεστής γραμμικής διαστολής είναι ανεξάρτητος της θερμοκρασίας. Γι αυτό άλλωστε η γραφική παράσταση  $l = f(\theta)$  είναι ευθεία γραμμή. Η πειραματικά προκύπτουσα γραφική παράσταση όμως είναι καμπύλη πράγμα που υποδηλώνει εξάρτηση του συντελεστή γραμμικής διαστολής από την θερμοκρασία (Σχήμα 3). Κοντά στο απόλυτο μηδέν ( $\theta = -273^\circ\text{C}$ ), ο συντελεστής γραμμικής διαστολής πρακτικά μηδενίζεται για αυτό και σε αυτό το σημείο η γραφική παράσταση δεν έχει κλίση. Σταθερό χωρίς μεγάλο σφάλμα μπορούμε να θεωρήσουμε τον συντελεστή γραμμικής διαστολής στην περιοχή θερμοκρασιών από  $-50^\circ\text{C}$  έως  $100^\circ\text{C}$  η οποία συνήθως και μας ενδιαφέρει.



Σχήμα 3

### Κυβική διαστολή στερεών

Ας θεωρήσουμε ένα ισότροπο στερεό υλικό σε σχήμα κύβου με ακμή  $l_0$  σε θερμοκρασία  $0^\circ\text{C}$ . Αν αυξήσουμε την θερμοκρασία το μήκος της κάθε ακμής θα μεταβληθεί σύμφωνα με τη σχέση 4

$$l = l_0 e^{\alpha\theta}$$

και ο όγκος θα δίνεται από την σχέση

$$V = l^3 = l_0^3 e^{3\alpha\theta} \Rightarrow V = V_0 e^{\gamma\theta} \quad (6)$$

όπου  $\gamma = 3\alpha$  ο συντελεστής κυβικής διαστολής

Ακολουθώντας την ίδια διαδικασία με αυτόν της γραμμικής διαστολής έχουμε

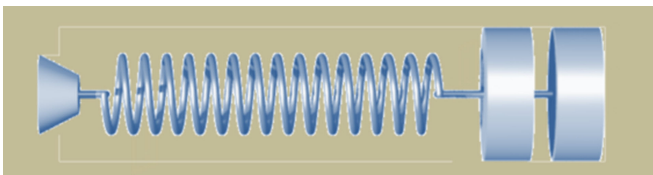
$$V = V_0(1 + \gamma\theta) \quad (7)$$

### 3. Πειραματική διαδικασία

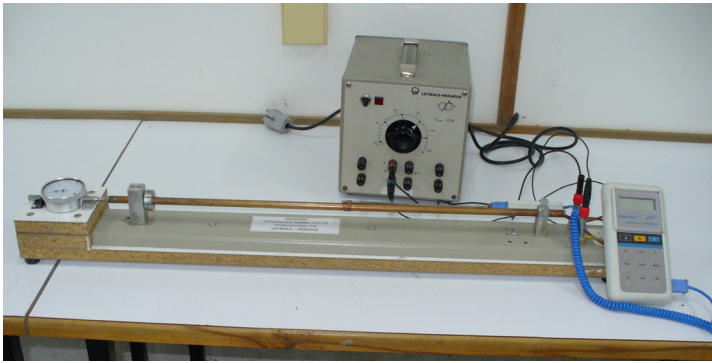
Η πειραματική διάταξη για την εκτέλεση της άσκησης εμφανίζεται στην Εικόνα 1 και αποτελείται από τα παρακάτω στοιχεία:

- Σωληνωτή ράβδο
- Τροφοδοτικό 0 – 25V
- Θερμοζεύγος
- Μετρητική διάταξη με σταθερά κλίμακας 0.01 mm
- Βάση στήριξης

Η θέρμανση της ράβδου πραγματοποιείται μέσω ειδικού σύρματος που είναι τοποθετημένο στο εσωτερικό της και τροφοδοτείται με τάση, ενώ η θερμοκρασία απεικονί-



ζεται σε ψηφιακό θερμομέτρο, μέσω αισθητήρα που τοποθετείται στο σώμα της



Εικόνα 1

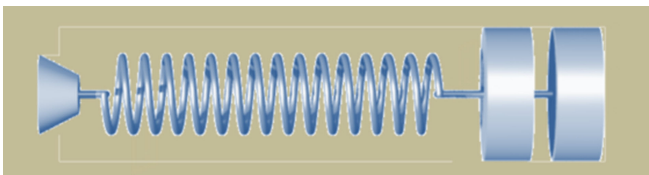
ράβδου. Η μεταβολή του μήκους της ανιχνεύεται από το μετρητικό όργανο που είναι δομημένο στη βάση στήριξης, εφάπτεται με τη ράβδο στο ένα άκρο της και φέρει σταθερά κλίμακας 0.01mm. Να σημειωθεί ότι η κλίμακα του οργάνου θα πρέπει να μηδενιστεί πριν ξεκινήσουμε τη διαδικασία θέρμανσης της ράβδου.

#### 4. Εργασίες

1. Αναγνωρίζουμε την πειραματική διάταξη με την βοήθεια του υπεύθυνου καθηγητή
2. Μετρούμε τη θερμοκρασία του περιβάλλοντος και μηδενίζουμε την κλίμακα του μετρητικού οργάνου  
 $\theta = \dots\dots\dots^\circ\text{C}$
3. Για τις τιμές  $\Delta l$  της επιμήκυνσης που καταγράφονται στον παρακάτω πίνακα σημειώνουμε τις αντίστοιχες τιμές της θερμοκρασίας  $\theta$

$\Delta l$ (mm)	$\Delta l/l_0$	$\theta$ ( $^\circ\text{C}$ )	$\Delta\theta$ ( $^\circ\text{C}$ )
0.10			
0.20			
0.30			
0.40			
0.50			
0.55			
0.60			
0.65			

4. Δεδομένου του αρχικού μήκους της ράβδου  $l_0 = \dots\dots\dots\text{mm}$  χαράσσουμε την καμπύλη  $\Delta l/l_0 = f(\Delta\theta)$



5. Από την κλίση της ευθείας υπολογίζουμε τον συντελεστή γραμμικής διαστολής της ράβδου και αναγνωρίζουμε το υλικό από το σχετικό πίνακα  
 $\alpha = \dots\dots\dots \text{grad}^{-1}$

### 5. Σχετικές ερωτήσεις στη θεωρία

1. Ορισμός του συντελεστή γραμμικής διαστολής
2. Αποδείξτε την σχέση που συνδέει το μήκος μιας ράβδου με την θερμοκρασία
3. Ποια είναι η φυσική σημασία του αρνητικού συντελεστή γραμμικής διαστολής (καουτσούκ). Εξηγήστε που οφείλεται αυτό
4. Γράψτε ότι γνωρίζετε για την εξάρτηση του συντελεστή γραμμικής διαστολής από την θερμοκρασία
5. Αποδείξτε την σχέση που συνδέει τον όγκο ενός αντικειμένου με την θερμοκρασία (θεωρώντας γνωστή την εξάρτηση του μήκους από την θερμοκρασία)
6. Αποδείξτε ότι ο συντελεστής κυβικής διαστολής είναι τριπλάσιος από τον συντελεστή γραμμικής διαστολής ( $\gamma = 3\alpha$ )
7. Εξηγήστε γιατί το αμάλγαμα που χρησιμοποιούν οι οδοντίατροι για τα σφραγίσματα στα δόντια πρέπει να έχει τον ίδιο συντελεστή γραμμικής διαστολής με τα δόντια.
8. Μεταλλικό σφαιρίδιο περνάει μέσα από δακτύλιο όταν και τα δύο βρίσκονται σε θερμοκρασία περιβάλλοντος. Εξηγήστε γιατί δεν περνάει όταν θερμάνουμε το σφαιρίδιο
9. Έστω διμεταλλικό έλασμα (αποτελείται από δύο συγκολλημένα κατά μήκος μεταξύ τους μέρη από διαφορετικά μέταλλα) σε θερμοκρασία δωματίου. Εξηγήστε γιατί με την αύξηση της θερμοκρασίας το έλασμα στραβώνει